CHAPITRE IV

LE MONDE INSOLITE ET DECONCERTANT DU TRANSFINI

Les données précédentes sur la théorie des ensembles et l'arithmétique transfinie paraissent être, à première vue, tout ce qu'il y a de plus inoffensif et de moins compromettant. Elles ont pourtant conduit Cantor et les cantoriens à des développements inattendus et à des conclusions paradoxales. Elles les ont amenés à formuler des énoncés qui ont choqué parce qu'ils heurtaient violemment des conceptions familières, parce qu'ils renversaient des positions tenues jusque-là pour inattaquables et inébranlables. Comme il fallait s'y attendre, la nouvelle théorie de Cantor sema la confusion et le trouble dans les esprits, elle engendra un profond malaise et provoqua de puissants remous. Beaucoup s'opposèrent aux nouvelles théories et en devinrent les adversaires. Mais la plupart des mathématiciens, même ceux qui offrirent d'abord quelque résistance, finirent par se rallier aux idées nouvelles; le temps est un lent, mais sûr guérisseur: il a réussi à calmer bien des tempêtes et, à la longue, à quoi ne finit-on pas par s'habituer.

Il nous incombe maintenant d'exposer les points controversés auxquels a donné naissance l'arithmétique transfinie. Mais, au préalable, une brève remarque d'ordre historique trouve ici sa place. La théorie de Cantor possède toutes les apparences d'une génération spontanée. A vrai dire, elle n'en est pas une tout à fait. Cantor a eu des précurseurs, des devanciers, mais ils furent très peu nombreux. Ce sont des hommes qui ont plus ou moins nettement entrevu et exprimé, sans toutefois les exploiter, certaines des vues que Cantor devait plus tard développer et élaborer. Le premier qui ait jonglé avec les conceptions cantoriennes fut Galilée. Dans son ouvrage de 1636, intitulé Dialogue concerning the New Sciences et où il mettait en présence trois interlocuteurs: Salviati, Simplicio et Segredo, il faisait dire à Salviati:

> So far as I see, we can only infer that the number of squares is infinite and the number of their roots is infinite: neither is the number of squares less than the totality of all numbers, nor the latter greater than the former; and finally the attributes "equal," "greater," and "less" are not applicable to infinite, but only to finite quantities[1].

Il faut franchir presque deux siècles avant de rencontrer un autre penseur dont les considérations sur l'infini suivent le même cours que celles de Galilée. Il s'agit, cette fois, de Bernard Bolzano qui, en 1820, fait paraître, en allemand, un pe-

---

[1] Ce texte est rapporté par Tobias Dantzig and Number the Language of science, p. 210.

tit traité intitulé _Paradoxes of the Infinite_[1]. L'étude qu'on y trouve sur l'infini demeure toutefois enveloppée d'obscurité; elle aborde et brasse une foule d'idées qui laissent pressentir celles de Cantor, mais ce brassage n'aboutit à rien de net ni de tranché. Tout y demeure encore flottant et mal assuré.

Ce n'est vraiment qu'avec Georg Cantor, à la fin du siècle dernier, que l'arithmétique transfinie est vraiment établie et prend définitivement place parmi les disciplines mathématiques.

Les difficultés que soulève la théorie de Cantor et qui lui ont attiré des oppositions parfois virulentes se situent autour de deux problèmes et de deux énoncés antiques et célèbres: le premier problème est celui de l'infini en puissance et de l'infini en acte que résume l'énoncé _Infinitum actu non datur_; le second est celui du tout et de la partie sur lequel se greffe l'énoncé _Omne totum majus est sua parte_. Nous nous occuperons successivement de l'un et de l'autre.

A) La question de l'infini en acte

L'arithmétique transfinie, avons-nous déjà noté, opère sur des nombres cardinaux transfinis. Qu'ils soient finis ou transfinis, les nombres cardinaux correspondent à la pluralité des éléments qui constituent un ensemble. Ainsi, au nombre fini

---

[1] Bernard Bolzano, _Paradoxes of the Infinite_, trad. Prihonsky, London, Routledge and Kegan Paul, 1950.

correspondra une pluralité finie, au nombre transfini correspondra un ensemble dont les unités formeront une multitude infinie. Or Cantor et les cantoriens conçoivent cette pluralité comme devant être une pluralité infinie en acte. En 1883, Cantor écrivait:

> It is traditional to regard the infinite as the indefinitely growing or in the closely related form of a convergent sequence, which it acquired during the seventeenth century. As against this I conceive the infinite in the definite form of something consummated, something capable not only of mathematical formulations, but of definition by number. This conception of the infinite is opposed to traditions which have grown dear to me, and it is much against my own will that I have been forced to accept this view. But many years of scientific speculation and trial point to the conclusion as to a logical necessity, and for this reason I am confident that no valid objections could be raised which I would not be in position to meet[1].

En posant l'infini en acte, Cantor n'ignorait pas qu'il devrait faire face à une rude opposition, il n'ignorait pas qu'il se heurterait alors à une conception plus que millénaire voulant qu'il n'existe pas d'infini en acte. A ce propos, le passage suivant, déjà cité pour manifester un autre aspect de la question, doit être une seconde fois apporté en dépit de sa longueur. En termes un peu voilés, Cantor y fait allusion aux difficultés

---

1 Cité par Dantzig dans Number the Language of Science, p. 211. Dantzig présente ce passage comme tiré de l'essai de Cantor intitulé On Linear Aggregates.

qu'il pressent et à la lutte qu'il devra livrer.

> The previous exposition of my investigation in the theory of manifolds has arrived at a point where its continuation becomes dependent upon a generalization of the concept of the real integer beyond the usual limits; a generalization taking a direction which, as far as I know, nobody has looked for hitherto.
> I depend to such an extent on that generalization of the concept of number that without it I should hardly be able to take freely even the smallest step forward in the theory of sets; may this serve as a justification, or, if necessary, as an apology for my introducing apparently strange ideas into my considerations. As a matter of fact, the undertaking is the generalization or continuation of the series of real integers beyond the infinite. Daring as this might appear, I can express not only the hope but the firm convinction that this generalization will, in the course of time, have to be conceived as a quite simple, suitable and natural step. At the same time, I am well aware that, by taking such a step, I am setting myself in certain opposition to wide-spread views on the infinite in mathematics and to current opinions as to the nature of number[1].

Le texte de Cantor n'est pas aussi clair et explicite qu'on pourrait le souhaiter. On peut toutefois, sans grand effort, en saisir le sens. Quelle est cette opposition aux vues couramment répandues sur l'infini à laquelle il fait allusion? Ce à quoi Cantor est amené à s'opposer, c'est à ce rejet presque général de l'infini en acte. L'infini en puissance, l'infini en devenir, si heureusement exploité dans les processus infinis de

---

[1] Cet extrait de Cantor fait partie de l'avant-propos de la portion de son étude consacrée à l'infini; elle a paru à Leipzig en 1883 sous le titre Grundlagen einer allgemeinen Mannichfaltigkeitslehre. Ein mathematicsh-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen. Nous l'avons tiré de Abstract Set Theory de A.A. Fraenkel, p. 4.

toutes sortes, ne soulève aucun antagonisme de la part des mathématiciens ni de la part des philosophes. En revanche, la plupart d'entre eux refusent carrément d'admettre l'infini en acte. Or, à tort ou à raison, Cantor fonde justement ses nombres transfinis sur les ensembles infinis en acte, sur l'infini actuel, sur les multitudes infinies en acte. Et c'est cette exigence d'un infini en acte qui lui attire une vigoureuse opposition; elle vient non seulement des non-mathématiciens, mais de la plupart des mathématiciens eux-mêmes. Et, parmi ces derniers, on rencontre les noms de mathématiciens de toute première grandeur comme ceux de Gauss et de Poincaré. Il vaut la peine de rapporter le témoignage éloquent de ces deux savants.

> I protest ... against using infinite magnitude as something consumated; such a use is never admissible in mathematics. The infinite is only a façon de parler; one has in mind limits which certain ratio approach as closely as is desirable, while other ratios may increase indefinitely[1].

A ce témoignage non équivoque de celui qu'on a parfois appelé le prince des mathématiciens, vient s'ajouter celui, non moins catégorique, de ce non moins célèbre savant que fut Henri Poincaré. Le passage que nous rapportons est très long, mais l'importance de la question en jeu nous invite à le citer presque intégralement.

> Depuis longtemps la notion d'infini avait été introduite en mathématiques; mais cet infini

---

[1] Cité par Fraenkel, Abstract Set..., p. 1.

était ce que les philosophes appellent un devenir. L'infini mathématique n'était qu'une quantité susceptible de croître au-delà de toute limite; c'était une quantité variable dont on ne pouvait pas dire qu'elle avait dépassé toutes les limites mais seulement qu'elle les dépasserait.

Cantor a entrepris d'introduire en mathématique un infini actuel, c'est-à-dire une quantité qui n'est pas seulement susceptible de dépasser toutes les limites, mais qui est regardée comme les ayant déjà dépassées. Il s'est posé des questions telles que celles-ci: Y a-t-il plus de points dans l'espace que de nombres entiers? Y a-t-il plus de points dans l'espace que de points dans un plan? etc.

Et alors le nombre des nombres entiers, celui des points dans l'espace, etc., constitue ce qu'il appelle un nombre cardinal transfini, c'est-à-dire un nombre cardinal plus grand que tous les cardinaux ordinaires.

. . . .

Malheureusement, ils (les mathématiciens) sont arrivés à des résultats contradictoires, c'est ce qu'on appelle les antinomies cantoriennes, sur lesquelles nous aurons l'occasion de revenir. Ces contradictions ne les ont pas découragés et ils se sont efforcés de modifier leurs règles de façon à faire disparaître celles qui s'étaient déjà manifestées, sans être assurés pour cela qu'il ne s'en manifesterait plus de nouvelles.

Il est temps de faire justice de ces exagérations. Je n'espère pas les convaincre; car ils ont trop longtemps vécu dans cette atmosphère. D'ailleurs, quand on a réfuté une de leurs démonstrations, on est sûr de la voir renaître avec des changements insignifiants, et quelques-unes d'entre elles sont déjà ressorties plusieurs fois de leurs cendres. Telle autrefois l'hydre de Lerne avec ses fameuses têtes qui repoussaient toujours. Hercule s'en est tiré parce que son hydre n'avait que neuf têtes, à moins que ce ne soit onze; mais ici il y en a trop, il y en a en Angleterre, en Allemagne, en Italie, en France, et il devrait renoncer à la partie. Je ne fais donc appel qu'aux hommes de bon sens sans parti pris[1].

---

[1] Henri Poincaré, Science et méthode, Paris, Flammarion, s.d., pp.153-155. Les soulignés sont de Poincaré lui-même.

Cantor a dû défendre sa position non seulement contre des mathématiciens, mais également contre des philosophes. Parmi ces derniers, on a coutume de mentionner comme peu favorables, sinon entièrement défavorables, à l'infini: Aristote, Descartes, Spinoza, Leibniz et bien d'autres. Cantor a cherché protecteurs et appuis parmi les Pères et les Docteurs de l'Eglise[1].

La possibilité d'une multitude infinie en acte a toujours constitué le point névralgique de la théorie de Cantor. C'est la source fondamentale de l'irréductible opposition entre cantoriens et non-cantoriens. Les cantoriens s'efforcent, cela va de soi, de justifier la position de Cantor. Mais ils le font diversement s'ils sont de ceux qui estiment devoir le faire. Les uns ont recours à des affirmations qu'ils voudraient sans appel, mais qui ne possèdent guère plus qu'une valeur rhétorique puisqu'elles ne proposent aucune véritable raison. Telle est celle de Hausdorff; lisons-la.

> C'est l'immortel mérite de Georg Cantor (1845-1918) d'avoir fait ce pas dans l'infini bien qu'il eût à affronter des oppositions intérieures et extérieures et à combattre d'apparents paradoxes, des préjugés populaires, des décrets philosophiques (infinitum actu non datur) et aussi contre des craintes formulées

[1] A ce propos, voici ce qu'écrit Philip E.B. Jourdain dans son introduction à l'ouvrage de Cantor, Contributions to the Founding of the Theory of Transfinite Numbers: "Both here (Grundlagen...) and in Cantor's later works we constantly come across discussions of opinions on infinity held by mathematicians and philosophers of all times, and besides such names as Aristotle, Leibniz, Bolzano, and many others, we find evidence of deep erudition and painstaking search after new views on infinity to analyse. Cantor has devoted many pages to the Schoolmen and the Fathers of the Church". (p. 55)

> même par les plus grands mathématiciens. Il est ainsi devenu le créateur d'une science nouvelle, la théorie des ensembles -la considération des ensembles finis n'étant rien de plus qu'une arithmétique et une combinatoire élémentaire- qui constitue aujourd'hui le fondement de toutes les mathématiques. Qu'une liberté par trop illimitée dans la formation des ensembles ait entraîné des antinomies nécessitant leur entière élimination et plein éclaircissement ne modifie en rien notre opinion sur ce triomphe des idées de Cantor[1].

D'autres cantoriens, heureusement, voudront plus que des déclarations dogmatiques à la manière de Hausdorff. Ils tenteront de justifier les nombres transfinis en exhibant, pour ainsi dire, des ensembles infinis. Tel est le cas de Fraenkel. La pièce à conviction dont a besoin Fraenkel n'est pas fournie par le monde matériel, car, selon lui, l'univers physique ne renferme aucun cas connu de multitude infinie en acte. Mais pareille base ne lui semble pas nécessaire; il trouvera, ailleurs et autrement, la justification requise. L'infini actuel sera le résultat de l'activité créatrice de notre pensée: pour poser un ensemble infini en acte, il suffira d'un acte unique, "simultané", de notre pensée. Voici, à ce propos, les passages les plus significatifs de Fraenkel.

> The chief purpose of the present book is to prove that and to show how, in spite of the authorities of more than two thousand years, who have rightly or wrongly been summoned as witnesses against the possibility of actual

---

1 F. Hausdorff, Mengenlehre, p. 11. Nous avons fait nous-même la traduction française du texte allemand.

> infinity, it is possible to introduce into mathematics definite and distinct infinitely large numbers and to define meaningful operations between them. In showing this, we shall make plain that possibility of free creation in mathematics which is not equalled in any other science. It is no accident that at the birth of the theory of sets, there was coined the sentence: the very essence of mathematics is its freedom[1].

Plus loin, au chapitre premier, l'auteur nous fait part de la façon toute simple dont, selon lui, on parvient à créer un ensemble infini.

> Therefore, in order to reach infinite sets, we have to consider the creation of our thinking. A simple way to do this is suggested by b) (A cet endroit, on construisait l'ensemble fini constitué par les nombres naturels de 1 à 8). Instead of stopping at the number 8, we can continue in our mind the sequence of integers or natural numbers 1, 2, 3, ... endlessly, thus reaching the set of all natural numbers[2].

Fraenkel distingue ensuite deux infinis: l'un propre, l'autre impropre. L'infini au sens impropre, c'est l'infini qui consiste dans un devenir et que la mathématique exploite sous toutes ses formes dans les processus illimités. L'autre, l'infini propre, Fraenkel l'explique ainsi:

> In sharp contrast to this use of the word infinite, the set of all natural numbers considered above (as well as its scheme of order) is a proper, definite actual infinite: the set contains

---

[1] Fraenkel, Abstract Set Theory, pp. 3-4. Les soulignés sont de Fraenkel lui-même.

[2] Ibid., p. 9. Les soulignés sont de Fraenkel.

> infinitely many elements each of which is well-determined. There appears to be nothing absurd or contradictory in such a concept, constructed by a simultaneous act of thinking[1].

L'assurance dont fait preuve Fraenkel dans ses propos n'est pourtant pas suffisante pour dissiper nos hésitations à acquiescer à tous ses dires. Nous devrons revenir là-dessus dans le chapitre suivant.

B) La question du tout et de sa partie

Les difficultés que nous venons de signaler se rattachent à la question de l'infini en acte, question qui se situe au fondement même de l'arithmétique transfinie. D'autres difficultés surgissent encore autour de la théorie de Cantor. Et, pour être moins apparentes du fait qu'elles se situent au niveau des conséquences qu'on tire de la théorie, elles n'en sont pas moins réelles, sérieuses, voire troublantes.

Rappelons brièvement quelques données indispensables. Le nombre cardinal, tout nombre cardinal quel qu'il soit, représente la pluralité d'un ensemble. Deux ensembles distincts ont même nombre cardinal s'ils ont même pluralité; s'ils ont même pluralité, c'est qu'ils sont équivalents; et ils sont équivalents s'il existe, entre leurs éléments, une correspondance bi-univoque. Si donc l'on réussit à établir une telle correspondance

---

[1] Fraenkel, <u>Abstract Set...</u>, p. 10.

entre deux ensembles, on dira qu'il y a autant d'éléments dans l'un que dans l'autre. Tout revient donc à la possibilité d'établir cette correspondance bi-univoque.

Lorsqu'on applique ces principes aux ensembles infinis, on parvient à des conclusions inattendues, paradoxales. Examinons, par exemple, les deux ensembles suivants: celui des nombres naturels, c'est-à-dire pairs et impairs, et celui des seuls nombres pairs. Rien n'est plus facile que d'établir une correspondance bi-univoque entre ces deux ensembles: il suffit, d'une part, d'associer à chaque nombre naturel son double et, d'autre part, de faire correspondre à chaque nombre pair sa propre demie. Le schéma suivant résume cette correspondance et nous permet de la saisir d'un seul coup d'oeil:

$$1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad \ldots \quad n, \quad \ldots \qquad (N)$$

$$2, \quad 4, \quad 6, \quad 8, \quad 10, \quad \ldots \quad 2n, \quad \ldots \qquad (P)$$

A chaque nombre de l'ensemble (N) correspond un et un seul nombre de l'ensemble (P); inversement, à chaque nombre de l'ensemble (P) correspond un et un seul nombre de l'ensemble (N). La correspondance bi-univoque n'exige rien de plus, ses conditions sont plainement satisfaites.

Les deux ensembles précédents ne sont pas les seuls qui soient susceptibles d'une correspondance bi-univoque. On peut en trouver bien d'autres même sans quitter le niveau élémentaire.

En voici, par exemple, un certain nombre pour qui vaut la correspondance bi-univoque:

$$
\begin{array}{llllllll}
1, & 2, & 3, & 4, & 5, & \ldots & n, & \ldots \\
2, & 4, & 6, & 8, & 10, & \ldots & 2n, & \ldots \\
1, & 3, & 5, & 7, & 9, & \ldots & 2n-1, & \ldots \\
1^2, & 2^2, & 3^2, & 4^2, & 5^2, & \ldots & n^2, & \ldots \\
1^k, & 2^k, & 3^k, & 4^k, & 5^k, & \ldots & n^k, & \ldots \quad \text{(K: entier positif)} \\
10^1, & 10^2, & 10^3, & 10^4, & 10^5, & \ldots & 10^n, & \ldots
\end{array}
$$

Il serait facile de prolonger cette suite. Ce serait toutefois bien inutile. Nos besoins n'exigent même pas que nous retenions tous ces ensembles: seuls, les deux premiers suffiront. Tout ce qu'on en dira vaudra également pour tous les autres puisqu'ils sont tous équivalents. Or, en vertu de la correspondance bi-univoque, l'ensemble des nombres naturels, pairs et impairs, est équivalent à celui des seuls nombres pairs. Ils ont donc tous deux la même pluralité et, par conséquent, le même nombre cardinal. En d'autres termes, il n'y a pas plus d'éléments dans l'un que dans l'autre ou, si l'on préfère, il y a autant de nombres pairs et impairs réunis qu'il y a de nombres pairs seuls.

Mais Cantor et ses disciples ne s'en tiennent pas là, ils vont encore plus loin. Les nombres pairs, ajoutent-ils, ne sont qu'une partie des nombres naturels puisque ceux-ci renferment et les nombres pairs et les nombres impairs. Et ainsi, les nombres naturels sont aux seuls nombres pairs comme un tout est à sa partie. Ne faut-il pas, dès lors, forcément conclure à l'équivalence du tout et de sa partie dans le cas des deux ensembles en présence puisqu'ils sont liés par une correspondance bi-univoque? C'est ce que les cantoriens estiment: pour eux, il peut arriver au tout de n'être pas plus grand que sa partie, il peut égaler sa partie, mieux peut-être, la partie peut parfois égaler le tout auquel elle appartient.

Voilà un résultat inattendu, aussi étrange que paradoxal. Il étonne et, du reste, il a étonné les cantoriens eux-mêmes pour l'évidente raison qu'il heurte et bouleverse nos conceptions familières les plus assurées. Mais que faire devant un tel paradoxe? Le rejeter et, avec lui, la théorie qui l'a engendré, ou bien, accepter et le paradoxe et la théorie? Cantor et ses émules ont opté pour la seconde position, estimant qu'après réflexion il ne fallait pas tellement s'étonner du paradoxe, pour la simple raison que le monde de l'infini ne doit pas être jugé en fonction du monde fini, le seul qui nous soit familier. Hausdorff dira donc:

> Cette dérogation à l'axiome "totum parte majus" est un de ces paradoxes de l'infini auxquels il faut s'habituer et auxquels on s'est habitué; entre les lois qui régissent les ensembles infinis, il existe naturellement des différences qui, de toute évidence cependant, ne justifient en rien aucune objection faite aux ensembles

infinis[1].

Pour sa part, Marcel Boll juge ainsi la situation:

> Mais nous sommes contraints d'abandonner cette vérité de bon sens, à savoir que le tout est plus grand que la partie. Ce n'est exact que si "le tout" est un ensemble fini. Lorsque "le tout" est un ensemble infini, le tout peut être égal à la partie. Qu'on y réfléchisse bien; il n'y a pas moyen de "s'en tirer" autrement[2].

Retenons ces déclarations. Elles posent une séparation nette entre l'infini et le fini, elles jugent qu'il ne faut pas essayer de comprendre ni d'expliquer l'infini en fonction et à partir du fini. Voilà pourquoi l'axiome le tout est plus grand que sa partie peut valoir pour le monde du fini, tout en ne se vérifiant pas pour celui de l'infini.

Si l'on éprouve quelque difficulté à embrasser la foi cantorienne à cause de l'article précédent de son *credo*, on n'aura probablement pas moins de difficulté à souscrire au suivant. Il est impossible d'établir une correspondance bi-univoque entre les éléments d'un ensemble fini et ceux qui constituent une partie propre de ce même ensemble. Cantorien ou non, personne ne peut établir une correspondance bi-univoque entre les deux ensembles

---

1 Hausdorff, *Mengenlehre*, p. 26. Le texte allemand se lit comme suit: "Diese Verletzung des Axioms "totum parte majus" ist eine jener "Paradoxien des Unendlichen", an die man sich gewöhnen muss und gewöhnt hat; zwischen den Gesetzen endlicher und unendlicher Mengen gibt es naturgemäss Abweichungen, die selbstverständlich gar keinen Einwand gegen die unendlichen Mengen begründen".

2 *Les deux infinis*, éd. revue, Paris, Larousse, p. 222.

suivants:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

1, 2, 3, 4.

Mais il est possible d'établir une telle correspondance entre un ensemble infini et un sous-ensemble propre de ce même ensemble, une partie propre de lui-même. Comme c'est là un propre des ensembles infinis, on s'en servira donc, en théorie cantorienne, pour caractériser et définir un ensemble infini. Dès lors, l'ensemble infini apparaît comme celui qui possède un sous-ensemble propre qui lui soit équivalent; l'ensemble fini, comme un ensemble qui ne possède aucun sous-ensemble propre qui lui soit équivalent.

Fraenkel propose, sur ce point, quelques définitions et quelques propos dignes de mention. Voici une première définition:

> DEFINITION VI. A set S is called _finite_, or sometimes _inductive_, if there exists a natural number n such that S contains n and no more elements. The null-set 0, too, is called finite. A set which is not finite is called infinite.

Fraenkel ne fait là rien d'autre que d'expliquer ce qu'est un ensemble infini à partir d'un ensemble fini, ce à quoi on n'a rien à redire. Mais, se fondant sur la caractéristique distinctive des ensembles finis et infinis, Fraenkel ajoute cette autre définition:

DEFINITION VII. A set S is called <u>infinite</u>, or sometimes <u>reflexive</u>, if a proper subset of S exists to which S is equivalent. Otherwise S is called finite[1].

Sauf erreur, c'est là expliquer le fini par l'infini. Et, comme on explique une chose par une autre qui est mieux connue, c'est dire que l'infini est mieux connu que le fini. Pareille tentative n'est ni nouvelle ni exclusive aux cantoriens; Descartes, lui aussi, a voulu faire de l'infini quelque chose de mieux connu que le fini comme nous le verrons plus loin.

---

[1] Cette définition et la précédente sont données par Fraenkel dans son ouvrage <u>Abstract Set Theory</u>, p. 37.

QUATRIEME PARTIE

C O N S I D E R A T I O N S   F I N A L E S