D'autre part, d'où résultent, pour nous, les modes de considération spécifiques de la science naturelle et des mathématiques ? D'une simple constatation; ces manières distinctes d'envisager certains objets s'imposent; définir 'avec' ou 'sans' matière sensible, voilà une vérité de fait. Elle s'explique cependant comme suit. Si la 'matière' en mathématique s'identifie avec le continu abstrait, celui-ci, par définition, ne saurait se mêler aux qualités sensibles; il tire de son rôle même sa dénomination de matière; il apparaît, en effet, comme sujet de la quantité. En conséquence, il est illogique de chercher une vérification expérimentale des notions mathématiques. Outre qu'elle ne s'impose pas, une telle vérification supposerait, comme on le verra, une mesure impossible. Du reste, parler de vérité mathématique ne revient nullement à affirmer de l'objet une existence extra-mentale, encore moins une existence sensible, mais bien à soutenir que l'on peut former avec les entités mathématiques des propositions vraies, termes de l'intelligence composée.[1]

Si l'intelligibilité mathématique se présente comme totalement affranchie des limitations des sens, comment certains scolastiques modernes ont-ils pu identifier les objets mathématiques avec les sensibles communs et, par suite, récuser le mode de division des sciences d'Aristote ?

"L'objection qui se présente naturellement à

---

1. <u>In VI Metaph.</u>, lect. 4, n. 1241.

> l'esprit, écrit Mansion,[1] est la suivante : les êtres mathématiques appartiennent au monde sensible au même titre que les corps physiques conçus comme des universaux, faisant abstraction seulement des conditions individuelles de la réalité existante. En effet, ces êtres mathématiques conservent au moins une détermination de soi perceptible aux sens, la quantité, qui appartient à l'ordre phénoménal tout comme les qualités tactiles, par exemple, au moyen desquelles Aristote distingue les éléments entre eux. D'ailleurs, c'est cela précisément qui lui permet d'affirmer - contre Platon - que les objets mathématiques n'ont de réalisation que dans le monde corporel : car ce qui est quantitatif au sens propre est nécessairement un corps ou est une affection appartenant de soi à un corps. Les deux notions s'impliquent l'une l'autre et, dès lors, l'on ne voit pas la raison de forger un monde mathématique abstrait, qu'on prétendrait ériger en objet de connaissance 'sui generis', distinct de l'ensemble de relations d'ordre quantitatif réalisées ou réalisables dans le monde physique et qui, comme telles, rentreraient dans l'objet de la physique."

Un peu plus bas, l'auteur reprend la même idée et met explicitement en cause les degrés d'abstraction tels que conçus par Aristote :

> "Le mathématicien néglige ces déterminations 'sensibles' (i.e. les sensibles propres) et ne garde comme objet d'étude que la quantité et le continu.
>
> On retrouve ici une distinction qu'avec une terminologie différente Aristote met en psychologie entre diverses sortes d'objets des sens externes. Il y a d'abord les déterminations qui de soi, par et en elles-mêmes sont perceptibles par les sens; mais parmi elles les unes, dites 'sensibles propres', ne sont perceptibles chacune que par l'un des cinq sens, à l'exclusion des autres; les autres, dites 'sensibles communs' sont perceptibles indifféremment par tous les

---

1. A. Mansion, Introduction à la Physique aristotélicienne, pp. 166-167. - On excusera la longueur des citations : l'exposé lumineux de la pensée de l'auteur exigeait, semble-t-il, ces transcriptions un peu étendues.

sens externes : ce sont le mouvement, le repos, la figure, le nombre, la grandeur ou l'étendue... On s'aperçoit que les déterminations sensibles, qui caractérisent... les objets physiques, tout comme la matière sensible impliquée dans la définition de ceux-ci, se confondent avec les sensibles propres de la psychologie aristotélicienne. 'De même, la quantité, nombre ou grandeur, surtout étendue continue, se retrouve parmi les sensibles communs'. Or, sensibles communs et sensibles propres sont, les uns aussi bien que les autres, rangés par Aristote dans ce qui de soi, par nature, est objet de sensation ou de perception.

"Y a-t-il donc une raison pour que dans les textes où il s'agit de la distinction du physique et du mathématique, les sensibles propres soient appelés tout court 'sensibles' et opposés par là à ce qui répond à des sensibles communs, lesquels apparaissent alors comme n'étant pas sensibles, c'est-à-dire comme n'étant pas objet de sensation ? Cette raison, on pourrait être tenté de la chercher dans la manière différente dont chaque sens atteint son sensible propre et les sensibles communs. D'après l'exposé d'Aristote (De Anima, III, I, 425 a 13 - 21), ceux-ci ne sont pas atteints par une perception aussi directe et immédiate que les sensibles propres : il faut un intermédiaire, qui pour certains de ces sensibles communs est la perception d'un mouvement, pour tous celles des sensibles propres.

"Mais admise cette explication du mécanisme psychologique de la perception des sensibles communs, cela n'infirme en aucune façon l'affirmation d'Aristote que ces sensibles-là sont de soi sensibles et objets de perception, à l'opposé des sensibles par accident. Dès lors, leur refuser la qualification de 'sensibles', quand en les universalisant on les prend comme des déterminations mathématiques, et prétendre par là distinguer celles-ci des objets physiques, qui, eux, auraient nécessairement des attaches avec le sensible, entendez les sensibles propres, c'est manifestement un abus de mots. L'objection développée au début de cet examen critique tient toujours, quant au fond; la tentative d'Aristote en vue de fonder la distinction du physique et du mathématique sur les degrés d'abstraction apparaît comme avortée." 1

---

1. A. Mansion, Ibid., pp. 167-169. - Plus haut, le même auteur éta-

Ces textes nous paraissent laisser de côté l'abstrahabilité propre à la quantité. Soutenir, en effet, que "les êtres mathématiques appartiennent au monde sensible au même titre que les corps

---

blissait en ces termes l'état de la question :

"... Comment les mathématiques ne se ramènent-elles pas à la physique, puisque de part et d'autre l'objet n'est qu'un abstrait du donné sensible et matériel et n'a d'existence réelle que dans le monde physique ? Question si obvie, qu'Aristote se la pose lui-même sous une forme légèrement différente au livre II de la Physique, début du chapitre II. La solution assez subtile qu'il donne au problème revient à distinguer, comme on pouvait s'y attendre, deux degrés d'abstraction. Mais un examen plus attentif des termes de cette solution fait découvrir qu'il s'agit seulement de différences dans le nombre et la spécification d'ordre physique dont il est fait abstraction : dans ces conditions il est difficile de parler au sens propre d'un degré d'abstraction et, dès lors, le fondement de la distinction des diverses sciences envisagées ne paraît plus suffisant pour les faire reconnaître comme sciences de différents ordres, mais seulement comme sciences distinctes du même ordre, - dans le cas présent, comme sciences physiques plus ou moins abstraites." (Ibid., p. 141). - "... L'interprétation, qu'on vient d'indiquer, du caractère plus ou moins abstrait des mathématiques et de la physique d'après Aristote a l'avantage de rattacher plus intimement ses vues à l'état de ces sciences telles qu'il les pratiquait pour une part lui-même. Mais, de nouveau, elle nous éloigne d'autant d'une certaine application pure et simple de la théorie des trois degrés d'abstraction, entendue strictement, et en souligne une fois de plus l'insuffisance en face du problème de la classification des sciences théoriques." (Ibid., pp. 173-174).

Le P. E. Winance, dans un article publié dans la Revue Philosophique de Louvain, T. 53, 1955, pp. 482 ss., soutient des vues analogues :
"Le premier degré d'abstraction constitue la condition sine qua non de tout savoir humain relatif à un objet corporel, et les mathématiques, comme la physique, respectent cette condition de la science, à savoir de se dégager des contingences concrètes. Cette opération s'explique, en termes de psychologie métaphysique, par l'activité de l'intellect agent, qui transpose tout donné phénoménal présent à la conscience dans l'ordre de l'intelligible, c'est-à-dire qu'il en fait jaillir la valeur d'être. C'est cela concevoir : déceler dans les données des sensations leur référence à l'être... Or le second degré d'abstraction poursuit-il ce processus d'intellectualisation ?

physiques conçus comme des universaux faisant abstraction seulement des conditions individuelles de la réalité existante," c'est négliger le mode spécifique de la considération mathématique. Si cette science

---

"Tout porte à croire que non. En effet, le dégagement des formes géométriques du complexe de qualités sensibles demeure encore au niveau des activités sensorielles. A l'appui de cette affirmation, on pourrait peut-être remarquer qu'on peut dresser un chien à réagir différemment à des formes dissemblables mais identiquement colorées; que nous percevons des schèmes en quelque sorte indépendamment de leur contexte qualitatif. Mais qui plus est, de l'aveu même de saint Thomas, l'imagination parvient à éliminer l'ordre de la qualité sans supprimer l'imaginable. Ceci amène à conclure que la conscience non intellectuelle suffirait à expliquer la présence de figures géométriques déjà 'abstraites'. Ces 'abstraits', malgré leur nom d'"intelligibles" sont encore si peu intellectualisés qu'ils demeurent singuliers. En somme nous restons encore au niveau des sens; quelque chose est prêt à être pensé, mais rien n'est encore intelligé. Nous demeurons au stade d'une collection de figures tracées sur une surface, distinctes les unes des autres et perçues comme telles; mais nous n'en avons pas encore l'intelligence mathématique, car le deuxième degré d'abstraction comme tel ne nous a pas fait sortir de l'intuition imaginative...

"Dès lors, rien ne s'oppose à parler d'une abstraction de la 'materia sensibilis' qui garderait la 'materia intelligibilis' avant même l'abstraction du premier degré prise formellement comme activité universalisante. Le triangle 'intelligible' n'est pas forcément comme tel 'intellectualisé'. Comment alors prétendre que le deuxième degré d'abstraction détermine sans plus une nouvelle intelligibilité ? On peut certes affirmer qu'il présente à la conscience humaine un objet bien précis, une forme, la forme de cette table. Mais en quoi cette forme perçue est-elle formellement intelligible ?" (pp. 507-508).

Les positions des deux auteurs cités s'appuient, au fond, sur des principes identiques. Les confusions qu'elles impliquent apparaîtront, espérons-le, au cours de l'exposé sur l'abstraction mathématique et la nature de la matière intelligible. Il est bon cependant de présenter ici quelques remarques touchant les avancés particulièrement limpides du P. Winance.

La position de l'auteur paraît résulter de la distinction trop nette qu'il établit, au cours du même article (pp. 498-505), entre le point de vue phénoménologique et porte sur les sensibles communs, il faudra bien lui reconnaître la même espèce d'abstraction que la discipline naturelle. Or justement, la quantité objet des mathématiques ne peut, d'aucune façon, s'iden-

---

l'aspect ontologique de la matière intelligible. Celle-ci, dit-il, se comprend de deux manières différentes. Tantôt, c'est la substance, tantôt, c'est le continu, sans les qualités sensibles, représentable, d'une part, à l'imagination, qui le saisit dans sa singularité, d'autre part à l'intelligence, qui l'appréhende dans sa généralité. "Le continu représentable à l'imagination", voilà la matière intelligible individuelle. Or, ce continu géométrique, "dégagé du complexe de qualités sensibles, demeure encore au niveau des activités sensorielles". A preuve ? Le chien 'qui réagit différemment à des formes dissemblables et identiquement colorées'; puis 'notre perception de certains schèmes indépendamment de leur contexte qualitatif'. Dans ces cas, 'l'imagination parvient à éliminer l'ordre de la qualité sans supprimer l'imaginable'. Comment, dès lors, parler d'"intelligibilité" alors "que nous restons au niveau des sens" ? Ces 'abstraits' dénommés 'intelligibles' sont, en effet, si peu intellectualisés qu'ils demeurent 'singuliers'. Nous restons donc 'au stade d'une collection de figures tracées sur une surface, distinctes les unes des autres et perçues comme telles; mais nous n'en avons pas encore l'intelligence mathématique, car le deuxième degré d'abstraction comme tel ne nous a pas fait sortir de l'intuition imaginative. Il devient alors possible de parler d'une 'materia intelligibilis' avant même l'abstraction du premier degré qui, elle, nous hisse au niveau de l'universel, de l'intelligible proprement dit.

La position que l'on vient de résumer, en la rattachant aux distinctions fondamentales de l'article, à savoir, la matière intelligible envisagée à un point de vue phénoménologique et sous un aspect ontologique, permettra de saisir la confusion qu'elle implique. Dans tout ce contexte, le continu singulier ou matière intelligible individuelle est conçu en dehors de son sujet, la substance. En effet, l'intelligence n'intervient que pour appréhender le "continu dans sa généralité", c'est-à-dire la matière intelligible commune. Hors de là, seule l'imagination entre en jeu. Nous voilà dans le pur phénomène ! Couper le continu, même singulier, de tout prolongement intelligible, c'est dissocier le phénoménal et l'ontologique, ou plus précisément la quantité et son sujet. Quand, en effet, Aristote parle de continuité en Métaphysique tifier avec les sensibles communs : elle comporte un mode d'abstraction tout à fait irréductible à celui de la philosophie de la nature. En effet, bien que la quantité ne puisse exister en dehors du monde

---

('La matière intelligible, c'est le continu'), il s'agit d'un continu 'dans un sujet', c'est-à-dire dans la substance, pour la bonne raison qu'il est impossible d'abstraire la quantité de la substance; cet accident fondamental ne peut se concevoir sans les parties qu'il ordonne. Ainsi donc, même dans le cas de la matière intelligible 'individuelle', v.g. tel triangle, tel cercle, il faut parler d'un degré d'intelligibilité, d'un niveau d'abstraction mathématique, car alors, loin de se confiner au plan 'sensoriel', on conserve une référence essentielle à l'intelligence qui seule peut saisir la substance. D'ailleurs, saint Thomas ne définit-il pas la matière intelligible individuelle aussi bien que commune par référence à la substance (Ia, q. 85, a. 1, ad 2; De Ver., q. 2, a. 6, ad 1, etc.) ! L'imagination intervient dans le domaine mathématique uniquement pour permettre une certaine individuation des formes. L'individuation correspondante, dans le monde physique, relève de la matière sensible.

Pour une intelligence plus complète de ces notions, étudions l'exemple proposé par l'auteur. Si un chien réagit différemment à des formes dissemblables mais identiquement colorées, ce n'est pas qu'il appréhende la 'figure mathématique' : l'animal se révèle incapable d'abstraire, et l'objet mathématique 'même individuel' suppose, répétons-le, un certain degré d'abstraction. A moins qu'on ne confonde indûment la quantité mathématique et le sensible commun, comme cela semble se produire dans le texte cité. Les diverses réactions de l'animal s'expliquent, non par la simple dissimilitude des formes, mais par la modification de ses perceptions : il saisit les différences des figures à travers leur couleur commune. En d'autres termes, la variété des formes se manifeste à l'animal au moyen d'un sensible propre. Que celui-ci soit identique dans tous les cas, peu importe : le sens se trouve différemment affecté par le 'sensible commun' (dans le cas présent la figure) précisément parce que celui-ci se corporel, l'intelligence peut la concevoir et la définir sans la matière sensible et ainsi considérer selon un mode séparé ce qui ne saurait exister à part. La possibilité d'une telle abstraction se fonde sur la

---

trouve lié à un sensible propre (la couleur).[a] Supprimez la couleur et la figure, sensible commun, disparaît du même coup; elle se transpose alors dans un ordre plus abstrait, celui de la continuité pure; dans l'ordre mathématique inaccessible à l'animal même doué de l'imagination la plus parfaite, car l'objet mathématique même individuel suppose, encore une fois, l'intelligence qui, seule, peut appréhender la substance.

Enfin quand l'auteur affirme que 'rien ne s'oppose à parler d'une abstraction de la 'materia sensibilis' qui garderait la 'materia intelligibilis' avant même l'abstraction du premier degré prise formellement comme activité universalisante, la notion d'abstraction mathématique semble lui échapper. Cette position revient, en effet, à soutenir que la matière sensible commune est plus abstraite que la matière intelligible individuelle; que la notion d'homme, par exemple, l'emporte au point de vue de l'abstraction, sur tel cercle mathématique; car, selon l'optique de l'auteur, la matière intelligible individuelle demeure sur le plan sensible (l'imaginable purement et simplement, sans référence à l'intelligible); elle s'assimilerait, en d'autres termes, à un individu sensible imaginé, alors que déjà, au premier degré d'abstraction, apparaît un universel. Comment l'individu mathématique supposerait-il un nouveau degré d'intelligibilité, puisqu'il n'atteint même pas le premier palier (Art. cit., p. 508) !

L'auteur accorde cependant que l'abstraction au deuxième degré aboutissant à la 'matière intelligible commune' se termine à un concept, mais c'est 'parce qu'il comporte aussi l'activité abstractive du premier degré' (p. 510).

En étudiant le point de vue de M. Mansion, on verra

(a) - "Quantitas est proximum subjectum qualitatis alterativae, ut superficies coloris. Et ideo sensibilia communia non movent sensum primo et per se, sed ratione sensibilis qualitatis; ut superficies ratione coloris. - Nec tamen sunt sensibilia per accidens : quia hujusmodi sensibilia aliquam diversitatem faciunt in immutatione sensus. Alio enim modo immutatur sensus a magna superficie, et a parva : quia etiam ipsa albedo dicitur magna vel parva, et ideo dividitur secundum proprium subjectum" (Ia, q. 78, a. 3, ad 2).

nature même de la quantité. Les accidents surviennent à la substance suivant un certain ordre : la quantité, ordre des parties de la substance, se pose au fondement; puis s'ajoutent les qualités, les passions et le mouvement. Or il nous est impossible de concevoir la quan-

---

ce qu'il faut penser de cette manière de concevoir l'abstraction mathématique; si, par exemple, cette dernière se situe dans la ligne d'une gradation généralisante par rapport à l'abstraction naturelle ou si elle comporte une nature spécifique.

L'auteur termine ses réflexions par une question. La réponse qu'il y apporte confirme une certaine manière de concevoir, de nos jours, l'abstraction mathématique. Il demande sans détour : "La doctrine du deuxième degré d'abstraction vaut-elle la peine d'être conservée ?" Il répond : "Oui, mais à condition de préciser ce qu'on veut lui faire expliquer." Et il poursuit : "Si l'on prétend exprimer par là une façon de percevoir les réalités sensibles de manière à pouvoir les 'soumettre aux manipulations mathématiques', il n'y a aucun inconvénient à la retenir. En d'autres termes, cela signifie que 'lorsque nous additionnons deux objets, le résultat demeure le même que ce soient des ânes ou des maisons' (p. 510). Fort bien, mais est-ce là le sens qu'Aristote a donné au second degré d'abstraction ? Est-ce bien cette abstraction indifférente aux natures, à caractère négatif, qu'il avait en vue dans son exposé du mode de définir propre à la mathématique ?

"Mais si l'on y voit (dans le second degré d'abstraction), poursuit-il, un principe de la division des sciences, il faut l'abandonner", (pour les raisons déjà signalées) : "Car l'abstraction du qualitatif ne produit pas formellement de l'intellectuel, et le continu ou la 'matière intelligible' demeure encore de l'imaginable". Et même l'abstraction qui aboutit à la matière intelligible commune "n'explique pas encore comment s'élabore la définition intellectuelle d'une figure". (Ibid.)

Nous avons tenu à exposer de façon un peu étendue les vues de cet auteur, parce qu'il touche, de façon claire, un problème important, celui de la division des sciences ou des modes de définir, auxquels se rapporte le degré d'abstraction propre aux mathématiques. Nos commentaires trop brefs sur cet article se compléteront au paragraphe consacré à la nature de la matière intelligible.

tité sans la substance dont elle ordonne les parties; on peut cependant l'appréhender sans les qualités sensibles qui en dépendent et, par suite, sans les sensibles communs, qui se présentent comme des modalités des sensibles propres. Si l'on fait abstraction de ces derniers, les premiers s'éliminent par le fait même.[1] Et dans ces conditions, la saisie de la quantité demeure encore possible, mais elle s'opère selon un mode supérieur à tout mode sensible.[2]

Le mathématicien conçoit la quantité 'absolute',[3] c'est-à-dire sans référence à un sensible quelconque soit propre, soit commun. Autrement, la mathématique se renierait. Car, une fois appliqué à la matière sensible, le dénombrement, par exemple, n'est plus absolu. D'ailleurs, l'application mathématique, dans les sciences dites moyennes, demeure toujours contingente.

---

1. "Et quia quantitas se tenet ex parte materiae et qualitas ex parte formae, ideo quantitas non agit nisi mediante qualitate quae est per se actionis principium. Unde qualitates sunt sensibiles primo, quantitas secundo." (S. Thomas, <u>In IV Sent.</u>, dist. XII, q. 1, a. 2, ad 1am quaest.).

2. "Unde quantitas potest intelligi in substantia, antequam intelligantur in ea qualitates sensibiles, a quibus dicitur materia sensibilis; et sic secundum rationem suae substantiae non dependet quantitas a materia sensibili, sed solum a materia intelligibili. Substantia enim remotis accidentibus non manet nisi intellectu comprehensibilis, eo quod sensibiles potentiae non pertingunt usque ad substantiae comprehensionem. Et de hujusmodi abstractis est mathematica, quae considerat quantitates et ea quae quantitates consequuntur, ut figuras et hujusmodi." (<u>De Trin.</u>, q. 5, a. 3 c.).

3. "...Quaedam vero (scientiae) sunt pure mathematicae, quae determinant de quantitatibus 'absolute', sicut geometria de magnitudine et arithmetica de numero." (<u>De Trin.</u>, q. 5, a. 3, ad 6).

Les entités mathématiques ne peuvent, en outre, exister, comme telles, dans le sensible, car ce que nous en disons ne vaut que sur le plan abstrait. En d'autres termes, les objets mathématiques ne sont pas, de soi, 'sensibilisables' ou 'incarnables', c'est-à-dire qu'on ne peut, par un simple mouvement de retour à la matière, les convertir en êtres mobiles; de leur nature, ils sont irréductibles aux objects corporels; ils n'admettent, tout au plus, qu'une application toujours inadéquate au monde sensible, et, dans un tel processus, ces notions demeurent formellement mathématiques.[1]

Mais tous n'entendent pas ainsi le mode d'abstraction propre à cette science; plusieurs l'assimilent à une certaine généralisation ou encore la réduisent au niveau de la considération naturelle[2]:

---

1. "... Istae scientiae, quae accipiunt propter quid a mathematicis, sunt alterum quiddam, idest differunt ab eis secundum subjectum, scilicet in quantum applicant ad materiam. Unde hujusmodi scientiae utuntur speciebus, idest formalibus principiis, quae accipiunt a mathematicis. Mathematicae enim scientiae sunt circa species. Non enim eorum consideratio est de subjecto, idest de materia, quia quamvis ea, de quibus geometria considerat, sint in materia, sicut linea superficies et hujusmodi, non tamen considerat de eis geometria, secundum quod sunt in materia, sed secundum quod sunt abstracta. Nam geometria ea, quae sunt in materia secundum esse, abstrahit a materia secundum considerationem. Scientiae autem ei subalternatae e converso accipiunt ea, 'quae sunt considerata in abstractione a geometra', et applicant ad materiam." (In I Post. Anal., lect. 25, n. 4) - "Dicuntur autem scientiae mediae, quae 'accipiunt principia abstracta a scientiis pure mathematicis', et applicant ea ad materiam sensibilem... Perspectiva... accipit 'lineam abstractam secundum quod est in consideratione mathematici, et applicat eam ad materiam sensibilem." (In II Phys., lect. 3, n. 8) - Etiam : IIaIIae, q. 9, a. 2, ad 3.

2. Sur cette question de l'abstraction, voir l'exposé de Charles De Koninck, dans l'Introduction à l'étude de l'âme, Laval théol. et phil., 1947, vol. III, n. 1.

"Mais, dira-t-on, du moment qu'on parle de 'degrés' d'abstraction ne doit-on pas reconnaître que le mathématique est précisément plus abstrait que le physique et répond donc à un degré d'abstraction plus poussé ? Il est clair, en effet, que l'être physique englobe toutes les qualités qu'on peut ramener aux sensibles propres, plus ses déterminations quantitatives, tandis que l'être mathématique ne conserve que ces dernières et fait abstraction des premières. Tout ceci est parfaitement exact, mais cela revient à dire que si l'on prend un objet réel dans lequel on peut distinguer de multiples notes, plus on en laissera tomber, plus la notion qu'on gardera du tout sera abstraite, - abstraite dans le sens de pauvre de contenu.1

---

1. "... Ce qui frappe d'emblée le lecteur qui parcourt les textes de saint Thomas, c'est la pauvreté de la notion thomiste de l'abstraction, ou encore son caractère négatif. ... On a l'impression que les diverses abstractions que l'Ecole a distinguées comme étant 'les trois degrés d'abstraction' (à savoir l'abstraction physique, l'abstraction mathématique et l'abstraction métaphysique) se diversifient selon la nature de l'élément qui y est négligé, qui est laissé en dehors de la considération : matière sensible individuelle, matière sensible commune, matière intelligible.

"Ce n'est pas le lieu de reprendre ici, à propos de ces expressions, les précisions de première importance apportées naguère par M. A. Mansion." Et l'auteur ajoute en note : "Ce que l'auteur (M. Mansion) affirme à propos d'Aristote est en grande partie valable pour saint Thomas." (Georges Van Riet, La Théorie thomiste de l'Abstraction, in Revue philosophique de Louvain, T. 50, 1952, pp. 356-357).

L'abstraction thomiste comporte, sans aucun doute, et nécessairement un aspect négatif qui vient de la nature même de l'intellect humain; le caractère positif importe cependant beaucoup plus que l'autre : l'élément 'négligé' dans l'abstraction du second degré, par exemple, nous met en possession d'un nouveau 'mode de définir' qui se situe au fondement même de la science mathématique. La définition du sujet ne constitue-t-elle pas, en effet, le moyen de la démonstration et par conséquent le principe même de la science (Metaph., IV, lect. 1, n. 1156) !

Même si le mot abstraction comporte, de soi, un sens négatif ('nominat' negationem), il connote, d'autre part, une signification éminemment positive, selon laquelle les sciences spéculatives, non seulement se diversifient, mais encore établissent leur mode de définir.

"Mais dans ce cas, on peut imaginer des spéculations portant, en dernière analyse sur les corps du monde réel et poussées en même temps à un 'degré' d'abstraction au moins égal à celui des mathématiques. Telle est une théorie des odeurs, considérées en elles-mêmes et dans leurs rapports mutuels, mais en faisant abstraction de toutes les attaches qu'elles ont ou pourraient avoir avec d'autres déterminations des corps : une théorie pareille ne comporterait sans doute guère de développements, beaucoup moins en tout cas qu'une branche quelconque des mathématiques, mais on devrait reconnaître, que, à raison de l'objet considéré, elle serait exactement au même niveau d'abstraction que la discipline mathématique à laquelle on la comparerait." 1

Dans ce passage, 'abstraction' semble s'identifier avec 'généralisation'. Mais si l'abstraction consistait dans une simple généralisation, il faudrait autant de sciences que de degrés de généralité. Ainsi, il y aurait une science de l'homme, du mammifère, de l'animal, etc. La connaissance y gagnerait certes en détermination; mais une telle organisation du savoir dénote une ambition chimérique, car la confusion demeure liée à la nature même de l'intelligence. Dans la connaissance scientifique, l'idéal reste donc toujours de partir de la définition; et du degré d'intelligibilité de celle-ci dépend le caractère de la science.

---

1. A. Mansion, Introduction à la Physique aristotélicienne, pp. 169-170.

Dans la suite du texte, l'auteur ramène l'abstraction mathématique au niveau de la physique : "Mais il y a plus, poursuit-il, le degré d'abstraction, s'il doit servir à distinguer des objets répondant à une hiérarchie de sciences véritables, ne peut se mesurer au nombre plus ou moins grand de notes que par abstraction on aurait écartées parmi celles appartenant à une représentation complète d'une réalité donnée : on arrive ainsi tout au plus à des concepts ou des objets plus ou moins abstraits 'dans le même ordre'."

return to LTP 7.1.84

ténu,[1] comme on le constatera au chapitre des mathématiques modernes. Après avoir rappelé les liens multiples que, en raison même de sa nature, la matière intelligible entretient avec l'imagination, il importe

---

1. Ces observations répondent en partie aux objections suivantes contre le rôle de l'imagination en mathématiques : "... La doctrine aristotélico-thomiste laisse sous-entendre que les essences mathématiques peuvent en quelque sorte se vérifier au niveau des représentations imaginatives. Or ne faut-il pas mettre les commençants en garde contre la tentation de vouloir imaginer ? Peuvent-ils imaginer une ligne droite sans épaisseur, deux parallèles convergeant à l'infini, le procédé de la mesure d'une circonférence ? Il est au contraire nécessaire de leur apprendre à 'savoir' sans imaginer." (E. Winance, art. cit., p. 509). Quand saint Thomas soutient que les jugements mathématiques doivent 'résoudre dans l'imagination' (De Trin., q. 6, a. 2), vise-t-il une vérification directe, un pur découpage sensible, une 'visualisation' de la 'raison intelligible', ou une représentation souvent imparfaite, inadéquate, mais toujours requise, de façon plus ou moins prochaine, dans un tel mode de connaissance ? Lui qui connaissait la tendance vers la limite, par exemple, pouvait-il exiger une exacte correspondance entre une notion mathématique saisissable, comme telle, par la seule intelligence et une représentation sensible qu'il savait nécessairement déficiente ? Bien qu'il faille maintenir une 'certaine' représentation imaginative, en mathématiques, à cause de la matérialité intrinsèque de l'objet, il serait donc absurde de soutenir que toute connaissance mathématique se termine 'immédiatement' et 'adéquatement' dans l'imagination. Une telle position supposerait une confusion entre 'visualisation' et 'imagination'. Celle-ci se contente souvent d'une image vague, imprécise, mais non moins réelle, comme contre-coup sensible à un concept très abstrait. Et le même auteur poursuit : "De plus, cette théorie donne l'impression qu'il suffirait de se représenter universellement la figure 'triangle' sans les qualités pour en avoir déjà une intelligence mathématique. Or, il semble qu'à ce stade on pourrait tout au plus classer les figures par genres et espèces. Mais s'il est utile de faire ce classement, de savoir, par exemple, que le carré est un parallélogramme pour lui appliquer dans un syllogisme de la première figure les propriétés de celui-ci, ce n'est pas ainsi que s'est constitué le carré 'intelligible'. Le carré intelligible au sens d'intellectualisé n'est pas un pur découpage spatial, il est défini par construction conformément à certains 'axiomes', qui constituent l'expression intellectuelle du continu.
Ceux-ci posés, l'intelligence construit des figures idéales censées obéir à ces premières affirmations. C'est uniquement

de dirimer une difficulté qui fut à l'origine de plusieurs interprétations divergentes. Il s'agit de la notion même de matière intelligible. Alors que par cette expression, Aristote semble entendre le simple continu spatial,[1], saint Thomas paraît élargir le sens de la

---

sur cette base que s'effectuera la déduction. Il est plutôt secondaire de chercher à particulariser ces définitions au plan imaginatif. Le triangle concret à lui seul ne peut fournir une 'essence' principe de déduction; une élaboration est nécessaire : la référence supposée des relations perçues au système d'axiomes. Ainsi, concevoir le triangle selon trois 'droites', c'est-à-dire non précisément selon les lignes de l'imagination, mais selon les 'éléments' strictement définis par les axiomes.

"On sera alors amené à oublier complètement les figures. Que ce soit un ensemble de points, de lignes ou de plans, peu importe, pourvu que les éléments vérifient les axiomes. C'est le fondement du principe de dualité.

"Et ainsi la géométrie, science strictement rationnelle, n'est pas un pur décalque abstrait des mille formes de l'imagination. On dirait plutôt qu'elle formule des fonctions proportionnelles dont l'imagination nous fournit de nombreuses applications. En les appréhendant 'de facto' réalisées dans le continu spatial, l'esprit perçoit cependant que sa théorie a une portée plus générale." (Ibid.).

Evidemment, la mathématique moderne nous a appris, de la façon la plus convaincante, à ne pas confondre l'intelligibilité de la quantité mathématique avec la représentation imaginative de ses modèles particuliers. Il reste à savoir si la doctrine aristotélicienne n'est pas ouverte à ces développements, elle qui a toujours admis la distinction fondamentale qui existe entre l'universel et sa représentation singulière; elle qui, d'autre part, a maintenu la nécessité d'un certain phantasme dans toute connaissance intellectuelle, même la plus abstraite. Le domaine mathématique échapperait-il à cette loi générale, lui qui, en raison de la structure quantitative de son objet, implique une exigence spéciale du côté de l'imagination ? Les mathématiques grecques, au stade de leur développement, ont pu laisser croire à une dépendance trop étroite entre la définition d'une entité et sa représentation sensible. Les développements ultérieurs montreront cependant que les principes posés par Aristote sur la connaissance mathématique résolvent bien des questions importantes, même en mathématiques modernes.

1. A. Mansion, Introduction à la physique aristotélicienne, pp. 155-157, 164-165.

réalise les conditions d'une science proprement dite, c'est-à-dire si elle possède un sujet 'un par soi', des principes propres et si elle obtient des conclusions certaines. Or il semble impossible que la géométrie analytique soit véritablement scientifique, à cause, en particulier, de la transgression des genres qu'elle implique : "On ne peut (donc) pas, dans la démonstration, passer d'un genre à un autre, on ne peut pas, par exemple, prouver une proposition géométrique par l'Arithmétique."[1] La démonstration procède, en effet, de principes propres. La nécessité de ces derniers résulte de ce que les prémisses doivent contenir la cause de la conclusion : "Nam si propositiones demonstrationis sunt causae conclusionis, necesse est quod sint propria principia ejus : oportet enim causas esse proportionatas effectibus."[2] L'antériorité des prémisses sur la conclusion exige de plus qu'elles soient du même ordre et dans le même genre que celle-ci, et, par suite, propres ou appropriées.

La prédication 'per se' manifeste pourquoi les principes de la démonstration appartiennent au même genre que la conclusion : le moyen terme signifie à la fois les principes formels du sujet de la conclusion et le sujet propre du prédicat. Par conséquent, la démonstration ne saurait admettre de principes étrangers ou même communs au genre en question. Si, comme nous le savons, c'est le sujet qui, dans

---

1. Arist., <u>Anal. Post.</u>, I, 7, 75 a 37.

2. <u>In I Post. Anal.</u>, lect. 4, n. 11.

la science, devient principe de toutes les propriétés et des accidents 'per se', il ne peut se produire d'échange de principes entre les diverses disciplines : dans ce cas, l'inhérence de la propriété résulterait de la définition d'un sujet complètement distinct du sujet propre. Chose évidemment impossible. Voilà pourquoi, "dans le cas de genres différents, comme pour l'Arithmétique et la Géométrie, on ne peut pas appliquer la démonstration arithmétique aux propriétés des grandeurs..."[1] Cela reviendrait à supposer, en effet, que le sujet de l'Arithmétique, c'est-à-dire le nombre, comporte la même définition que la grandeur, sujet de la géométrie. Dans ce cas, les deux sciences s'identifieraient, tout comme leurs sujets et les propriétés du continu se déduiraient naturellement des principes du nombre. Aristote vise une telle transformation quand il ajoute : "A moins de supposer que les grandeurs ne soient des nombres."[2] Puisque Aristote a prouvé, à maintes reprises, la distinction spécifique du continu et du discret, il ne peut vouloir les confondre ici.

Il existe cependant un sens où la grandeur est contenue sous le nombre : "Secundum quod (magnitudines) numeratae sunt," observe saint Thomas.[3] Qu'est-ce à dire ? Le nombre peut s'appliquer à n'importe quelle multitude quantitative; celle-ci comporte alors ordre et homogénéité d'éléments susceptibles d'être mesurés par l'un prédicamental.

---

1. Arist., Post. Anal., I, 7, 75 a 37.

2. Ibid.

3. In I Post. Anal., lect. 15, n. 4.

Les objets ainsi disposés peuvent être considérés comme 'contenus sous le nombre'. La multitude transcendantale échappe au domaine du nombre prédicamental, car elle se compose d'unités indivisibles en elles-mêmes et divisées par rapport aux autres, et, par suite, impossibles à englober sous l'unité formelle du nombre prédicamental. Par contre, plusieurs points, lignes ou triangles égaux, par exemple, peuvent être désignés par le nombre arithmétique. En ce sens seulement, la grandeur est 'contenue sous le nombre'. Cela signifie, en d'autres termes, que la quantité continue comporte divisibilité en parties homogènes auxquelles l'un principe du nombre peut s'appliquer à titre de mesure, et non que ces deux espèces de quantités comportent une même nature ou qu'elles soient à l'origine de propriétés identiques. Soutenir cette dernière position reviendrait à identifier la notion de nombre avec celles de toutes les entités nombrables.

Dans un texte sur l'origine du nombre, on lit cependant la phrase suivante : "Des propriétés du continu, on peut déduire celles du nombre." D'après cet énoncé, il faudrait ranger le continu et le discret sous un même genre, car si les propriétés de l'un se déduisent de l'autre, on est en face d'un même sujet, et la géométrie analytique devient une science au sens strict.

Il suffit de replacer l'affirmation dans son contexte pour voir toute obscurité disparaître. On vient de montrer, en effet, que le nombre résulte de la division du continu. Apparaît alors la phrase citée. Tout d'abord, avancer que le nombre est causé par la division du continu, c'est viser le processus d'acquisition de la notion de nombre sans prétendre assimiler le discret au continu, autrement, l'indivisible du nombre s'identifierait avec l'indivisible du continu. Quand l'auteur explique l'origine du nombre, et particulièrement de l'un principe du nombre, à partir du continu, il écrit, en effet, "Unum nihil aliud est quam continuum indivisum," il ne dit pas "...quam continui indivisibile." Il veut signifier par là que notre acquisition de la notion du discret s'opère à partir du continu, qui est plus concret, donc plus près de nous, plus proportionné à nous, et il indique le mode de cette acquisition : d'un certain continu indivisé, c'est-à-dire un en acte, nous dégageons la notion de l'indivisible parfait dans l'ordre quantitatif, et au continu divisé, nous appliquons à souhait cette unité principe du nombre découverte au moyen de la grandeur simple.

L'auteur poursuit dans la même ligne du processus d'acquisition de nos connaissances mathématiques, quand il rappelle le mode de dérivation des attributs du nombre. Il affirme que "des propriétés du continu, on peut déduire celles du nombre", et non pas l'inverse, car le nombre est plus abstrait. Il n'entend pas signifier que par une déduction strictement scientifique, nous partions des principes essentiels du continu pour en inférer les propriétés du discret, car alors nous confondrions les genres, et il faudrait admettre que la grandeur contient virtuellement les propriétés du nombre comme un principe comprend en puissance les conclusions qui en découlent, ou encore comme un sujet rend compte de ses accidents propres. On vise simplement à rappeler que l'étude des propriétés de la grandeur nous achemine, par voie de similitude, à la connaissance des attributs plus abstraits du nombre. Les deux sciences se séparent fort tôt cependant et elles apparaissent dans leur distinction bien marquée à la moindre investigation un peu poussée dans leur domaine respectif.

L'existence de la géométrie analytique indique cependant une possibilité de rapprochement du continu et du discret. Cette science complexe peut-elle toutefois s'assimiler aux sciences moyennes ? Il ne semble pas. Les sciences moyennes comportent un genre identique 'secundum quid',[1] alors que les genres de l'arithmétique et de la géométrie sont 'disparata'.[2] Les sciences moyennes, en conséquence, étaient strictement démonstratives, alors que les principes du nombre appliqués au continu ne peuvent engendrer qu'une science accidentelle[3] ou dialectique.

Et pourtant, Aristote semble bien soutenir la possibilité d'une science démonstrative commune au nombre et à la grandeur, quand il affirme que "la convertibilité des proportions était démontrée séparément des nombres, des lignes, des figures et des temps, 'quoiqu'il fût possible de la prouver de toutes ces notions au moyen d'une démons-

---

1. In I Post. Anal., lect. 15, n. 5.

2. Ibid., n. 7 : "...Nulla scientia demonstrat aliquid de subjecto alterius scientiae, sive sit scientiae communioris sive alterius scientiae disparatae; sicut geometria non demonstrat quod contrariorum eadem est scientia; ...et similiter geometria non demonstrat quod duo cubi sunt unus cubus... Hoc ergo habet probare arithmeticus, non geometra. Et similiter, quod est unius scientiae non habet probare alia scientia, nisi forte una scientia sit sub altera..."

3. Ibid., n. 6.

tration unique'."[1] Il ajoute cependant : "Mais par le fait qu'il n'y avait 'pas de nom unique' pour désigner 'ce en quoi' toutes ces notions, à savoir les nombres, les longueurs, les temps et les solides, 'sont une seule et même chose,' et 'parce qu'elles diffèrent spécifiquement les unes des autres,' cette propriété était prouvée pour chacune séparément."[2] Le fait qu'il 'n'y avait pas de nom unique' pour désigner en quoi 'des notions qui diffèrent spécifiquement' sont 'une seule et même chose', indique assez qu'Aristote se place selon une considération commune. Des notions essentiellement distinctes peuvent, en effet, s'identifier si on les envisage dans une perspective assez large. Mais cette communauté de considération et de principes se révèle inapte à produire une science démonstrative. Aristote dit ailleurs :

> "Toutes les sciences communiquent entre elles par les principes communs. Et j'appelle principes communs ceux qui jouent le rôle de base dans la démonstration, et non pas les sujets sur lesquels porte la démonstration, ni les attributs démontrés.
>
> "Et de son côté, la Dialectique communique avec toutes les sciences, ainsi que ferait toute science qui tenterait de démontrer d'une façon générale des principes tels que : pour toute chose, l'affirmation et la négation est vraie, ou : si des choses égales sont ôtées de choses égales..., et d'autres axiomes de ce genre. Mais la Dialectique n'a pas pour objet des choses déterminées de cette façon, attendu qu'elle n'est pas bornée à un seul genre. Autrement, elle ne procéderait pas par interrogations." 2

Ainsi, la démonstration de la convertibilité des proportions, par exemple,

---

1. Post. Anal., I, 5, 74 a 15.

2. Ibid., I, 11, 77 a 26.

est dialectique précisément parce qu'elle s'applique, en même temps, au domaine du continu et à celui du discret.

En plus de différer au point de vue des genres, la géométrie analytique et les sciences moyennes se distinguent par le mode d'application des notions de la science subalternante (ou soi-disant subalternante) à la science subalternée. Les sciences moyennes utilisent de véritables démonstrations géométriques, par exemple, pour les appliquer à une matière sensible. En géométrie analytique, au contraire, l'application à la géométrie d'une équation algébrique ne saurait revêtir un caractère démonstratif. Pour la bonne raison qu'en algèbre, il n'existe pas de démonstration, mais un simple équilibre d'équations, de pures relations d'identité. Car dans cette science, l'enchaînement des équations ne peut résulter d'un moyen terme. (On chercherait vainement un moyen terme dans les exposés algébriques). De là apparaît l'impossibilité d'attribuer à la géométrie analytique, comme on le fait pour les sciences moyennes, la dénomination de science stricte.

Il existe néanmoins une certaine proportion entre la géométrie analytique et les sciences moyennes; relation qui ne sert qu'à mieux souligner leur distinction. Dans les deux cas, on peut, en effet parler de l'application d'une forme à une matière : l'équation algébrique (forme) s'applique au continu (matière), comme la démonstration géométrique à la matière sensible. Cependant, comme, d'une part, ces deux 'matières' se présentent comme extrêmement différentes (elles se situent à des degrés d'abstraction irréductibles et le continu joue lui-même le rôle de 'forme' par rapport à la matière sensible), et comme, d'un autre côté, les 'formes' considérées dans les deux sciences en question se diversifient au plus haut point (l'une réalise une démonstration et non pas l'autre), il est impossible d'identifier les sciences moyennes avec la géométrie analytique. Cet essai d'algébrisation du continu que constitue cette dernière connaissance ne saurait, semble-t-il, réaliser l'unité essentielle que postule la science proprement dite.

Bref, en raison de la diversité radicale du continu et du discret, une mathématique à la fois 'générale' et 'démonstrative' paraît impossible. Voilà pourquoi, il semble que la géométrie analytique ne puisse dépasser le stade de connaissance dialectique.