Chapitre 5

Homogénéité et Science mathématique

Si la géométrie analytique comportait un sujet 'un par soi', elle réaliserait, comme on l'a vu, l'une des conditions primordiales d'une science démonstrative. D'autre part, cette unité essentielle du sujet, qui fonde celle de la science, postule, dans le cas des mathématiques en particulier, l'homogénéité des éléments constituants.

Inutile d'insister sur l'unité propre au continu : il suffit de se reporter aux définitions synthétique et analytique de la grandeur pour en saisir la réalité profonde. Une telle unité exige une parfaite homogénéité des parties (unité de forme) par rapport au tout. Un continu constitué de parties formellement dissemblables implique contradiction.[1]

Si le sujet de la géométrie comporte l'unité la plus manifeste, l'homogénéité du nombre apparaît, par contre, plus difficilement. Elle s'impose, néanmoins, car autrement, l'arithmétique porterait sur un sujet pourvu d'une simple unité de raison, et le nom de science ne conviendrait pas strictement à cette discipline pourtant bien établie. Pour ce motif, il importe de s'attarder ici à démontrer l'homogénéité essentielle du nombre prédicamental.

---

1. "Quae autem sunt diversarum specierum, non possunt esse continua... Et hoc non est esse unum simpliciter." (In XI Metaph., lect. 10, n. 2346).

Cette tentative revient à justifier la double définition du nombre proposée par Aristote. "Le nombre, dit-il, est une pluralité d'unités;"[1] et un peu plus bas : "Le nombre est une multiplicité mesurable par l'un."[2] Trois éléments interviennent dans ces définitions : les notions d'unité, de multiplicité et de mesure. La difficulté, quant à l'homogénéité du nombre, ressort avant tout du fait de sa pluralité.

Il existe, en effet, différentes sortes de pluralités d'où résultent diverses espèces de touts. En premier lieu, le tout accidentel constitué d'unités quelconques, comme, par exemple, une collection d'objets;[3] puis le tout qui implique unité par soi; il apparaît dans la ligne de la substance ou au niveau de la relation. Des choses distinctes entre elles, mais ordonnées essentiellement les unes aux autres, constituent un tout de la seconde espèce. Ce dernier, à son tour, peut comporter un ensemble ordonné de différences formelles ou se composer de termes homogènes. Un exemple du premier genre serait le groupe des vingt premiers nombres impairs. Parmi ces divers touts, où se classe le nombre ? Il s'agit de savoir, en effet, s'il réalise une unité 'par soi' ou seulement une unité de collection accidentelle.

---

1. Metaph., I, 1, 1053 a 30.

2. Ibid., 6, 1057 a 3.

3. "Quandoque vero ex multis fit compositum, ita quod totum compositum non est unum simpliciter, sed solum secundum quid; sicut patet in cumulo vel acervo lapidum, cum partes sunt in actu, cum non sint continuae. Unde simpliciter quidem est multa, sed solum secundum quid unum, prout ista multa associantur sibi in loco." (In VII Metaph., lect. 17, n. 1672).

La réponse exige des précisions sur l'unité par soi' qui peut s'observer au sein d'une multiplicité. Comment parvenir à concilier 'unité' et 'pluralité' numériques ? Cette question s'éclairera, à son tour, par l'étude de la division concomitante à n'importe quelle pluralité. Cette dernière pourra comporter une division formelle, comme celle présente dans la multitude transcendantale ou entre divers nombres (dans ces cas, en effet, la forme devient principe de distinction); ou une division simplement matérielle. Celle-ci implique identité de forme et, ainsi, l'opposition des parties est imputable à la matière. Deux segments de ligne, par exemple, se distinguent par la matière intelligible, qui est toujours principe de distinction matérielle.

A la lumière de ces données, on peut se demander si le nombre comporte division seulement matérielle ou encore formelle. Cette dernière paraît impossible puisqu'elle postule l'hétérogénéité des éléments. La forme étant principe de distinction spécifique, le nombre serait constitué de parties hétérogènes. Ce qui s'oppose manifestement à la définition de la quantité. Si des nombres différents se distinguent formellement, parce que la dernière unité fixe chaque nombre dans son espèce propre,[1] un nombre particulier exige, au contraire, l'identité formelle des unités constituantes. Il s'agit ici d'une même forme numériquement multiple, c'est-à-dire répétée pour chaque élément intégrant. Dans ce cas, le nombre ne pourrait-il pas aussi

---

1. In VIII Metaph., lect. 3, n. 1723.

bien se ramener à une collection accidentelle, à un ensemble de touts en acte reliés par aucune forme commune; bref, à une 'coacervatio' ne possédant, comme telle, qu'un principe d'unité extrinsèque ?[1] Nullement. Cette multiplicité manifeste simplement que l'identité formelle des éléments considérés séparément ne suffit pas à justifier la nature du tout : il faut, en outre, tenir compte de l'identité de la forme qui unit les parties selon un mode essentiel et non seulement accidentel, et aussi de l'ordre qui spécifie le tout numérique.[2] En d'autres termes, l'identité formelle des éléments n'a aucune influence sur la nature du tout si l'on fait abstraction de l'identité elle-même. Ainsi, l'identité spécifique de trois hommes n'est pas une chose accidentelle. L'unité qu'ils constituent diffère formellement d'une unité par accident. Le tout accidentel se caractérise par son indifférence à l'égard de la forme de ses parties; le tout essentiel ou 'par soi' se définit 'en fonction de l'identité' de ses éléments constituants. Il s'agit maintenant de montrer comment le nombre constitue un tout non seulement accidentel, mais 'un par soi'.

Ce n'est pas d'aujourd'hui qu'on met en doute l'unité essen-

---

1. "Est enim intelligendum, quod duo in actu existentia, nunquam faciunt unum... Oportet enim quod vel dualitas non sit unum quid, sive quicumque alius numerus; sive quod unitas non sit actu in ea. Et sic dualitas non erunt duae unitates, sed aliquid ex duabus unitatibus compositum. Aliter numerus non esset unum per se et vere, sed per accidens, sicut quae coacervantur." (In VII Metaph., lect. 13, n. 1589).

2. "...Compositum quandoque sortitur speciem ab aliquo uno, quod est vel forma. ut patet in corpore mixto; vel compositio, ut patet in domo; vel ordo, ut patet in syllaba et numero. Et tunc oportet quod totum compositum sit unum simpliciter." (In VII Metaph., lect. 17, n. 1673).

tielle du nombre. Déjà au temps de Jean de St-Thomas, certains auteurs la niaient et lui attribuaient une unité purement accidentelle.[1] Et puis, même chez ceux qui reconnaissaient au nombre une unité par soi, des divergences s'accusaient quand il s'agissait d'en rendre compte.

La discussion de ce problème suppose tout d'abord la distinction commune entre le nombre nombrant et le nombre nombré. Le premier réside dans l'intelligence; c'est par lui que nous nombrons : "Numerans dicitur ille qui est ratio numerandi in intellectu, ut duo, tria, etc., quae sunt rationes quibus omnem materiam numeramus."[2] Le nombre nombré se rapporte à la multitude nombrée, quelle qu'elle soit. Le propos actuel vise évidemment le nombre nombré, c'est-à-dire celui qui réside dans les choses et non seulement dans l'esprit.

Il résulte de la doctrine d'Aristote que le nombre composé d'unités quantitatives constitue une espèce de quantité au sens propre.[3] Aussi bien en Métaphysique[4] que dans les Catégories, Aristote expose le même point de vue. Partout il proclame l'unité 'par soi' de la quantité discrète. D'ailleurs, le seul fait qu'il ait rangé cette dernière parmi les Prédicaments indique assez clairement ses opinions sur l'uni-

---

1. J. a S. Th., Curs. Phil., Log. II P., q. 16, a. 2.

2. Ibid.

3. Ibid.

4. Lib. V.

té du nombre. Comment, en effet, aurait-il pu classer dans les Catégories un être purement accidentel ! Un tel être n'implique, en effet, aucune définition par soi : "Ce qui est évident, dit Aristote, c'est que la définition et la quiddité, au sens premier et absolu, appartiennent aux substances;"[1] comment dès lors, dans l'hypothèse du nombre accidentel, trouverait-il un genre et une différence, éléments requis pour justifier la présence du discret dans un Prédicament ? Ce dernier se présente, en effet, comme une ordination de genres et d'espèces par leurs différences. S. Thomas n'est pas moins explicite que son maître sur les propriétés du discret. Il reconnaît aussi au nombre l'unité 'par soi' et le range dans le Prédicament quantité. Voici les textes les plus limpides sur ce point :

> "Est enim per se unum numerus, inquantum unitas dat numero speciem et unitatem; sicut etiam in rebus compositis ex materia et forma, per formam est aliquid unum, et unitatem sortitur. Et propter hoc loquentes de unitate numeri, ac si numerus non esset unus per seipsum, non possunt dicere quo est unus, si est unus. Cum enim componatur ex multis unitatibus, aut non est unus simpliciter, sed unitates aggregantur in eo per modum coacervationis, quae non facit simpliciter unum, et per consequens nec ens in aliqua specie constituunt : et sic numerus non est aliqua species entis; aut si numerus est unus simpliciter, et non per seipsum, dicendum est quid facit eum unum ex multis unitatibus : quod non est assignare." 2

---

1. <u>Metaph.</u>, VII, 4, 1031 b 4.

2. <u>In VIII Metaph.</u>, lect. 3, n. 1725.

Des affirmations aussi expresses ne rendent pas un son métaphorique, comme quelques-uns le soutiennent. Quand s. Thomas enseigne que l'unité ultime fixe le nombre dans espèce; quand il attribue au nombre une unité 'par soi' et qu'il le classe dans un Prédicament, il parle de façon absolue et non figurée. Citons un autre texte qui, en raison de sa clarté et de sa vigueur, exclut nettement toute interprétation imagée : "Quod dualitas non est duae unitates, dit-il, sed aliquid ex duabus unitatibus compositum; aliter numerus non esset ens per se et vere, sed per accidens; sicut quae coacervantur."[1]

Le fondement de l'unité par soi du nombre ressort de ce qu'il implique une véritable extension et une mesure propre issue de la division du continu,[2] attributs que la seule multitude, envisagée comme une accumulation d'unités, ne comporte pas. Le nombre, fondé sur la quantité divisée, suppose ainsi mesure propre et véritable par mode d'extension et de multiplication, parce qu'il peut, de la sorte, égaler, en un sens, les parties et donc aussi les dimensions du continu. Les quantités par accident, comme le mouvement et le temps, qui sont quantifiées en raison de la grandeur à laquelle elles se rapportent,[3] ne sauraient proprement comporter mesure et étendue. Il faut, en outre, éviter de croire que le nombre tire, à la façon de ces quantités, la raison de sa mesure discrète de la quantité continue; il en divise, en effet, et en

1. In VII Metaph., lect. 13, n. 1589.

2. J. a S. Thoma, loc. cit.

3. "...Dicuntur aliquae quanta per accidens non ratione subjecti, in quo sunt, sed eo quod dividuntur secundum quantitatem ad divisio-

détruit la continuité; comment dépendrait-il d'autre chose, c'est-à-dire du continu, comme tel, dans ses deux propriétés principales. La mesure du nombre réside dans le genre de la quantité et de l'extension, parce que le discret tire des propriétés mêmes de la quantité son aptitude à mesurer; ainsi interviennent les notions d'égalité et d'inégalité, de pair et d'impair, etc., dans le sens de l'augmentation. Qu'une telle mesure soit véritablement quantitative, s. Thomas le soutient en propres termes : "... Numerus simpliciter est, dit-il, cujus numerata faciunt aliquam aggregationem."[1] La même vérité ressort du fait que la numération et l'addition d'unités causent la pluralité (aggregationem) et l'accroissement ordonné des éléments, c'est-à-dire avec une mesure selon l'antérieur et le postérieur.[2] Une telle extension ou multiplicité ordonnée des parties s'observe aussi dans la grandeur; la différence qui se remarque cependant entre le nombre et le continu consiste en ce que ce dernier implique des parties unies et le premier des éléments séparés. Le nombre constitué d'unités comporte donc un type spécial de mesure et d'extension; aussi apparaît-il comme quantitatif et un par soi.

Il semble bien pourtant que les propriétés du nombre se retrouvent dans la multitude spirituelle, v.g. dans les anges, ou même

---

nem alicujus quantitatis; sicut motus et tempus, quae dicuntur quaedam quanta et continua, propterea quod ea, quorum sunt, sunt divisibilia, et ipsa dividuntur ad divisionem eorum." (In V Metaph., lect. 15, n. 985.

1. In I Sent., dist. 24, Q. 1, a. 1, ad 3.

2. In V Metaph., lect. 13, nn. 944-955.

dans toute autre multitude ou classe d'individus. Dans ces cas, en effet, l'addition d'unités détermine un certain accroissement, elle cause le pair et l'impair, etc., toutes propriétés qui se rattachent au nombre. Ainsi, par exemple, à un groupe d'unités hétérogènes, tels que une étoile, un homme et un cheval, ajoutons un élément quelconque, soit une maison, le second ensemble composé de quatre objets paraît bien impliquer un accroissement quantitatif par rapport au premier formé de trois seulement. Celui-ci se présente, au surplus, comme impair et le second comme pair. Selon toute apparence donc, le nombre demeure indifférent par rapport à la nature de ses unités constituantes. Cependant, dans le cas d'une telle multitude, est-il juste de parler proprement d'extension et d'accroissement ? Non, semble-t-il. Car un pareil groupement implique une division formelle, et non seulement matérielle, de ses éléments. Le genre de division (i.e. matérielle) propre au continu et au nombre, exige homogénéité des parties. Autrement, quelle unité, dans le cas du nombre, par exemple, jouerait le rôle de mesure ? Celle-ci est toujours homogène au mesuré; sans homogénéité, pas de mesure proprement dite. Dès lors, si l'on se borne à la classe, il devient impossible de dénommer les éléments par un 'unum per se'. A l'objection qu'on pourra, sans inconvénient, parler, par exemple, de quatre 'choses' ou de quatre 'êtres', il faut répondre : ces termes analogues (nomen multiplex) ne sauraient décrire les objets selon leurs différences; le mot 'chose' ne représente pas un nom, au sens de terme désignant une nature déterminée. Ainsi, pour que deux 'uns' équivalent à 'un deux', s'impose de toute nécessité l'homogénéité des éléments, quant à l'espèce propre. On peut, dans ce cas, assembler les unités sous une même forme et répondre, de la sorte, aux exigences de l'ordre quantitatif, le seul d'ailleurs où il soit possible de réunir des choses distinctes de manière à former un ensemble 'un par soi'.

Le nombre transcendant, c'est-à-dire celui qui fait abstraction des natures (comme par exemple le 3 qui désignerait des objets complètement différents) se révèle utile pour le pur calcul, mais il ne fait l'objet d'aucune science. Celle-ci exige un sujet 'un par soi' et non seulement 'unum ratione'.

Ces précisions sur le nombre indiquent, avec une clarté nouvelle, pourquoi la notion de mesure se réalise en premier lieu dans la quantité discrète : "... Ratio mensurae prius invenitur in quantitate discreta." Le continu lui-même se mesure, en effet, par la 'numération' des parties : "... Ipsum continuum per numerationem partium numeramus."[1] L'on voit aussi, par le fait même, comment le nombre prédicamental ajoute à la multitude entendue au sens général, l'aptitude à épuiser la mesure de la quantité continue.

L'unité par soi appartient encore au nombre parce qu'il est l'objet propre de l'arithmétique. A ce titre, il comporte une définition qui joue le rôle de principe dans cette science. De nos jours où l'arithmétique est devenue un pur calcul portant sur le nombre abstrait, c'est-à-dire indifférent aux unités, cet argument n'attirera guère l'attention. D'ailleurs, la manière moderne d'envisager le nombre et donc

1. J. a S. Th., <u>loc. cit.</u> - Autrement dit, la mesure du continu présuppose le <u>nombre</u> et ce dernier implique, à son tour, la raison de mesure.

l'arithmétique comporte une utilité tellement précieuse dans le domaine des sciences expérimentales; elle permet à l'esprit inventif un jeu tellement illimité de relations indéfinies que les cadres de la science stricte paraissent bien étroits. A un certain point de vue, on le verra, cette attitude se révèle légitime; mais il existe, d'autre part, des positions sur l'arithmétique qu'il faut maintenir en dépit de leur ancienneté, parce qu'elles sont justes; à ce titre seulement elles méritent de subsister.

Le nombre, sujet de l'arithmétique, comporterait, de l'avis de quelques-uns, non pas une unité réelle, mais une simple unité de raison. L'intelligence appréhenderait le nombre comme un objet un, et cela suffirait pour qu'il devienne sujet de science.

Une telle position se détruit d'elle-même. Si le nombre ne réalisait qu'une unité accidentelle et qu'il fût, d'autre part, véritablement objet de science, cela supposerait que la science pût porter sur un être accidentel. Chose impossible, car un tel être n'implique aucune définition véritable, n'ayant pas de quiddité par soi. Et, dans ces conditions, le processus démonstratif se trouve aboli.

Si le nombre postule une unité essentielle, on peut maintenant se demander de quelle forme il la tirerait bien.[1] Certainement pas de la multitude même des unités, ni de leur agrégation, ni de leur discontinuité (discretio) : ces aspects jouent un rôle matériel et acciden-

1. J. a S. Th., <u>loc. cit.</u>

tel dans le nombre, comme on l'a souligné. L'unité stricte du nombre résulte de l'unité ultime, en tant que les autres éléments s'ordonnent sous elle : "...Ultima unitas est id, a quo sumitur ratio unitatis per se in numero, quatenus sub illa ordinantur plures unitates."[1] On comprend ainsi pourquoi la forme de la quantité discrète n'actue pas toutes les parties, comme la forme de la quantité continue. La forme du discret ordonne des parties qui ne peuvent subir d'extension autre que celle que leur impose leur ordination sous l'unité ultime.[2] L'unité du nombre peut, en un sens, s'assimiler à celle du lieu. Celui-ci demeure le même en dépit du changement qui atteint le contenu. Cette doctrine se dégage de nombreux textes de s. Thomas.[3] A de multiples reprises, il affirme, en effet, que l'unité du nombre résulte de l'ordonnance des unités sous l'unité ultime; celle-ci jouant, à leur égard, le rôle de terme. Comme, d'autre part, cette limite et cette disposition des parties impliquent homogénéité des éléments, l'arrangement devient, non seulement relatif, mais quantitatif.

Une difficulté surgit cependant ici. Comment désigner avec certitude l'unité dernière, puisque d'une part, dans le nombre quatre, par ex., n'importe quelle unité peut se classer la dernière, et que, d'un autre côté, cette désignation dépend uniquement de la raison qui nombre ? Voici l'explication. Dans le nombre, l'unité ultime intervient

---

1. J. a S. Th., loc. cit.

2. "... Unitas ordinis quantitativi, seu extensionis in numero, non est solum unitas relationis, sed distinctio quantitatum divisarum sub una ultima unitate, sub qua caeterae ordinantur et clauduntur, ut induentur novum mensurandi modum in ipsa extensione et quantitate discreta."" (J. a S. Th., ibid.)

3. In VIII Metaph., lect. 3, n. 1725; VII, lect. 13, n. 1589; Ibid., lect. 17, nn. 1672-1673, etc.

selon sa détermination et sa désignation formelle, c'est-à-dire quant à l'effet même de terminer et d'inclure les éléments antérieurs : "Quoad effectum terminandi et claudendi unitates." Et cette limitation tient à la nature même du nombre; mais que le terme se rattache à telle ou telle unité,[1] cela ne revêt qu'un aspect matériel ou accidentel : n'importe quel élément peut remplir ce rôle. D'où résulte une distinction entre être l'unité ultime quant à la désignation et selon le terme : celui-ci appartient à la chose même; celle-là peut dépendre de l'acte de l'intelligence; par rapport à la constitution du nombre, elle ne joue toutefois qu'un rôle matériel et accidentel. Considérons, pour illustrer, le cas du cercle. En raison de sa quantité finie et déterminée, sa circonférence implique un commencement, un milieu et une fin. Et alors, dans n'importe quelle partie de la figure, il devient possible de désigner ces trois éléments, sans référence à la chose elle-même. Ainsi en est-il encore du point au centre d'une ligne : il constitue à la fois le terme d'une partie et le commencement d'une autre; que, néanmoins il soit déterminément le terme de telle partie et le début de telle autre, cela dépend de la désignation accidentelle de l'intelligence.

La raison de ce fait réside en ce que la forme qui relie ces objets comporte une unité non pas absolue mais relative. Son rôle de principe ou de fin, elle le joue selon un mode relatif, bien que la chose, en tant que quantité finie, comporte en elle-même ces diverses for-

---

1. Ainsi, sous peine de disparaître comme tel, le nombre quatre, par exemple, ne peut dépasser telle quantité précise d'unités.

malités. Ainsi observons-nous à la fois, dans les objets désignés, une variabilité matérielle et une stabilité formelle. La raison d'ultime revêt, comme on l'a vu, la nature de la forme. Les éléments intermédiaires comportent toujours, au contraire, un aspect matériel et déterminable. L'unité dernière, ainsi appelée d'après un mode dénominatif et matériel, varie, on l'a noté, dans chaque instance particulière.[1] Ainsi s'explique pourquoi l'unité ultime constitue une forme partielle et extrinsèque à l'égard des autres unités : jointe aux autres unités, elle compose sans doute le nombre, mais elle ne remplit pas cette fonction comme si ce dernier était un accident composé de matière et de forme; mais comme une partie en détermine une autre dans celles qui constituent une même étendue. Ainsi, par exemple, apparaît la ligne à l'égard de la surface et cette dernière par rapport au solide, bien que tous appartiennent à une même quantité intégrale.

Quant à la forme intrinsèque du nombre, elle n'existe pas, car l'unité du nombre n'implique pas unité de forme, mais unité d'ordre, comme on l'a dit. Cet ordre se distingue d'une pure relation prédicamentale (autrement il posséderait une unité de relation); il se ramène à un ordre d'extension discrète, qui se réalise formellement et principalement dans l'unité ultime, et de façon participée et comme présupposée dans les unités subordonnées à la dernière; un peu comme la totalité

---

1. Bref, dans l'information qui relève de l'unité ultime, deux plans de considérations ne doivent jamais nous échapper : celui de la chose qui, de sa nature, exige, de manière fixe et générale, une telle détermination; et celui de l'unité, qui remplit ce rôle. Ce dernier point de vue implique un processus intellectuel variable et accidentel.

de la puissance d'action se ramasse dans la disposition ultime et, de façon inchoative, dans les dispositions antérieures. C'est ce qui explique pourquoi la raison formelle du nombre ne réside pas, principalement et par mode d'inhésion, dans plusieurs sujets, mais dans un seul, à savoir dans l'unité ultime; les autres unités, encore une fois, ne font que participer à cette forme grâce à l'unité d'ordre qui se réalise dans le nombre. La détermination de l'unité ultime n'est pas, de soi, matérielle mais formelle.

Si maintenant l'on s'interroge sur le principe éloigné[1] de l'homogénéité du sujet des mathématiques, il faudrait chercher la réponse dans la 'matière première'.[2] Elle seule comporte, en effet, une indifférence totale à l'égard de n'importe quelle forme.

Il convient à présent d'étudier un problème connexe à celui de l'homogénéité du discret : le nombre est-il un nom ou un symbole ?

---

1. Comme on le sait par les considérations précédentes, le principe 'prochain' de l'homogénéité mathématique réside dans la nature de la quantité.

2. "...Quantitas consequitur materiam". (In Perih., lect. 10, n. 10) - "Magnitudo secundum rationem generis sui, quod est quantitas, est conditio materiae." (In I Sent., dist. 29, q. 3, a. 1, ad 1) - "...Materia quod est hyle, (quae) de se aequaliter se habet ad continuum et incontinuum, licet a continuo nunquam separetur." (D. Alb., In I Metaph., Lib. V, Tr. 2, c. 2) - "Qualitas inter omnia accidentia proprie nobilitat et qualificat subjectum. Quantitas enim quantificat, et potius materializat subjectum, extendendo et ordinando partes ejus materiales." (J. a S. Th., Log. II, P. Q. XVIII, a. 1).

Etant donné la nécessité de désigner le discret, cette question s'impose à la réflexion. En vue d'éclairer cette matière, il faudra scruter un peu la nature du nom et du symbole.

Le nom signifie une nature déterminée : "Omne (enim) nomen significat aliquam naturam determinatam."[1] Ainsi, le nom homme désigne une nature universelle, une et déterminée, et non pas un ensemble d'objets hétérogènes qui tiendraient leur unité d'un principe extrinsèque. L'unité de la nature désignée par le nom constitue une unité essentielle; elle résulte des principes intrinsèques de l'être en question.

La négation accolée au nom, v.g. non-homme, forme un composé assez étrange qui, au temps d'Aristote, n'avait reçu aucun nom particulier. Voilà pourquoi il l'a appelé 'nom infini'.[2] Cette expression ne signifie aucune nature déterminée; elle s'applique à tout, sauf à la chose qu'elle nie. Le 'nom infini' dissimule une notion en elle-même contradictoire, car elle convient également à l'être et au non-être. Ainsi, tout ce qui est 'non-homme', par exemple les contradictoires, l'éléphant, l'étoile, la chimère, entre sous le nom infini. On conçoit que l'unité réalisée dans un tel nom relève de la seule raison; elle réalise l'unité d'un prédicat. Elle se présente, de plus, comme simplement négative. Le nom infini ne saurait, en conséquence, strictement s'assimiler à un nom, mais il signifie à la manière d'un nom, c'est-à-

---

1. In I Perih., lect. 4, n. 13.

2. "Non-homme n'est pas un nom. Il n'existe, en effet, aucun terme pour désigner une telle expression, car ce n'est ni un discours, ni une négation." (De l'Interprétation, ch. 2, 16 a 30).

dire qu'il peut, comme lui, jouer le rôle de sujet ou de prédicat. Il se caractérise par l'indétermination de sa signification : "...Vocans eam (scil. dictionem) nomen infinitum propter indeterminationem significationis;"[1] ainsi, l'expression non-homme ne désigne, de soi, aucune nature déterminée.

Entre le nom, au sens très précis, et le nom infini évoquant une pure indétermination, se classe le symbole qui suggère l'idée d'une simple collection : "Nomen symboli similitudinem et collectionem importat."[2] Le mot 'symbole' dérive, en effet, du verbe grec 'sumballein' qui signifie 'jeter ensemble', 'mettre ensemble', 'réunir'. Ce terme s'emploie pour désigner une collection comme telle, c'est-à-dire un groupe d'éléments qui retiennent leur diversité et leur multiplicité irréductible. Un tel ensemble ne comporte pas d'unité naturelle; il possède l'unité d'un simple agrégat; le principe d'unité de la pure collection est extrinsèque : les éléments de l'agrégat demeurent en acte dans l'ensemble. Le symbole pourrait donc se définir comme un signe artificiel établi pour désigner un objet déterminé qui tient son unité uniquement de la raison.[3]

D'après les notions précédentes, le nombre se désigne-t-il par un nom ou un symbole ? Par un nom s'il comporte une unité par soi et

---

1. In Perih., lect. 4, n. 13.

2. In III Sent., dist. 25, q. 1, a. 1, ad 3.

3. Charles De Koninck, Notes de Cours, 1939, Québec, Université Laval, p. 11.

non seulement celle d'une pure collection. L'exposé antérieur suffit à établir l'unité essentielle du nombre prédicamental. Il se range, comme on l'a vu, parmi les Catégories; à ce titre, il suppose une définition et donc une essence déterminée. Il se définit, en outre, en fonction de l'un, qui joue le rôle de mesure. A ce point de vue encore, il postule l'homogénéité des éléments requis dans toute mesure. Si, en effet, le nombre mathématique fait abstraction de la matière sensible des choses dénombrées, il ne peut ignorer l'homogénéité des éléments en cause; il ne saurait éliminer la matière qui constitue, par exemple, le 'trois', le 'dix', etc.. C'est donc grâce à la matière intelligible, c'est-à-dire à l'homogénéité, que le nombre est 'un par soi' et qu'il s'identifie avec le nom. Dans ce cas, deux trois équivalent à 'un six'. Dans l'hypothèse d'unités de même nature, l'un devient véritablement, pour le nombre, mesure et principe d'unité formelle.

Il peut arriver cependant que le nombre désigne, même au sein d'une espèce unique, une simple collection et donc un tout accidentel; dans ce cas, le nombre se convertit en un symbole. A plus forte raison s'il s'agit d'un assemblage d'objets hétérogènes. Une telle multitude ne comporte, en effet, aucune mesure intrinsèque; aucune unité, dans un semblable agrégat, ne peut s'appliquer, à titre de mesure, à chacun des éléments du groupe à cause précisément de leur disparité de nature. Cet arrangement varié ne peut comporter qu'un principe d'unité extrinsèque et ne constituer qu'une classe ou une collection accidentelle d'objets. Voilà pourquoi le nombre qui désigne un tel ensemble répond à la définition du symbole. On l'appelle nombre abstrait, c'est-à-dire totalement indifférent aux natures. Ainsi, le nombre trois qui envelopperait un cheval, une étoile et un ange.

Ainsi encore, en algèbre, le signe d'une variable s'exprime par un symbole. Car alors l'inconnue peut représenter des unités de nature très diverse.

Pour la même raison, le nombre transcendantal, qui implique distinction formelle des éléments constituants, ne saurait réaliser les conditions du nom. Trois anges, par exemple, désigneront trois uns et non 'un trois', car ce trois recouvre 'trois touts' essentiellement différents. Inutile, en outre, de chercher une mesure commune pour des objets si disparates.

Ces nombre-symboles ne sauraient faire l'objet d'aucune science. Celle-ci porte, comme on le sait, sur des natures et donc sur des notions qui comportent unité essentielle. Cependant le nombre indifférent aux unités se révèle plus utile pour le calcul, pour la manipulation mécanique. Une fois les symboles choisis, on les confie à la machine et on applique les résultats à n'importe quelle classe d'objets. Ce genre d'opérations permet de connaître plus facilement certains aspects de la réalité. Ce ne sont donc pas les sciences proprement dites qui vont le plus loin en ce sens.

Les considérations précédentes touchent de près au problème fondamental de la démonstration mathématique qu'il importe maintenant d'étudier.

Chapitre 6

Rigueur de la démonstration mathématique.

La mathématique s'approprie le nom de discipline, parce qu'elle implique le maximum de certitude[1] et qu'elle est aussi la plus communicable des sciences. Elle l'emporte, au premier point de vue, sur la philosophie de la nature et même sur la théologie naturelle.[2] La considération naturelle est loin, en effet, de revêtir la 'simplicité' de la science mathématique. Dans la science de la nature interviennent la matière et le mouvement qui comportent une indétermination essentielle et une multitude d'aspects qui rendent ce genre de connaissances souvent difficile, incertain, provisoire.[3] Comme, d'autre part, la science porte sur le nécessaire,[4] on conçoit que la philosophie de la nature, tout appliquée aux choses mobiles et contingentes, s'en tienne, la plupart du temps, à un mode d'argumentation limité au domaine du probable.[5]

---

1. De Trin., q. 6, a. 1, ad 2 q.
2. In II Metaph., lect. 5, n. 336.
3. De Trin., q. 6, a. 1, ad 2 q.
4. "... Ex parte scientiae competit ei (scil. speculabili) quod sit necessarium, quia scientia de necessariis est." (De Trin., q. 5, a. 1).
5. De Trin., q. 6, a. 1, ad 2 q. - "Ea enim quae habent materiam, subjecta sunt motui et variationi : et ideo non potest in eis omnibus omnimoda certitudo haberi. Quaeritur enim in eis non quid semper sit et ex necessitate; sed quid sit ut in pluribus." (In II Metaph., lect. 5, n. 336).

La mathématique, au contraire, élimine de sa considération cette part de mobile[1] et d'incertain qui entre sous l'objet de la science naturelle. La mathématique considère séparément une forme en réalité engagée dans la matière sensible. Cette forme, c'est la quantité. Le mode abstrait de la considération mathématique communique à la quantité une intelligibilité qui nous est spécialement proportionnée et qui nous permet d'en établir les propriétés avec le maximum de rigueur.

Sans doute, la métaphysique, qui porte sur les entités les plus simples et les plus universelles, comporte-t-elle, de soi[2], un degré de certitude supérieur à celui des mathématiques.[3] Mais les objets de la théologie naturelle, en raison de leur trop grande élévation, nous sont, pour ainsi dire, disproportionnés; ils excèdent le mode de

---

1. In I Post. Anal., lect. 41, n. 3. - "Mathematicae enim scientiae sunt circa species. Non enim earum consideratio est de subjecto, idest de materia; quia quamvis ea, de quibus geometria considerat, sint in materia, sicut linea, superficies et hujusmodi; non tamen considerat de eis geometria secundum quod sunt in materia, sed secundum quod sunt abstracta. Nam geometria ea, quae sunt in materia secundum esse, abstrahit a materia secundum considerationem." (Ibid., lect. 24, n. 4).

2. "... Intellectus animae nostrae hoc modo se habet ad entia immaterialia, quae inter omnia sunt maxime manifesta secundum suam naturam, sicut se habent oculi nycticoracum ad lucem diei, quam videre non possunt, quamvis videant obscura. Et hoc est propter debilitatem visus eorum." (In II Metaph., lect. 1, n. 282).

3. In I Metaph., lect. 2, n. 47; II, lect. 5, n. 336.

notre intelligence. Notre connaissance prend, en effet, son origine dans le sens, et elle doit donc s'étendre jusque là seulement où le sensible la peut conduire.[1] Or, partant du sensible, où peut-on parvenir quand il s'agit de la connaissance des êtres spirituels ? A des notions tout à fait déficientes, en raison de l'immatérialité de ces objets.[2] Si, en Métaphysique, le sens se révèle inadéquat quant au principe et au terme de la connaissance, il en est autrement en mathématique : le principe adéquat de cette science réside dans le sens et le terme dans l'imagination.[3] Ces notions s'adaptent donc particulièrement bien aux conditions de l'intelligence, qui les appréhende avec une certitude parfaite.[4] L'extrême détermination de notre connaissance mathématique comporte ainsi une double face : le point de vue subjectif et l'aspect objectif. Le premier indique la correspondance exacte qui existe entre l'intelligence et les entités mathématiques; le second se

---

1. "... Naturalis nostra cognitio a sensu principium sumit : unde tantum se nostra naturalis cognitio extendere potest, inquantum manuduci potest per sensibilia." (In Ia, q. 12, a. 12). - III Sent., dist. 27, q. 3, a. 1.

2. "Est autem processus mathematicae certior quam processus scientiae divinae, quia ea de quibus est scientia divina, sunt magis a sensibilibus remota, a quibus nostra cognitio initium sumit, et quantum ad substantias separatas, in quarum cognitionem insufficienter inducuntur ea, quae a sensibilibus accipimus, et quantum ad ea quae sunt communia omnibus entibus, quae sunt maxime universalia et sic maxime remota a particularibus cadentibus sub sensu." (In De Trinitate, q. 6, a. 1, ad 2 q.).

3. De Trin., q. 6, a. 2 c. - "Mathematica autem ipsa in sensu cadunt et imaginationi subjacent, ut figura, linea et numerus et hujusmodi." (Ibid., q. 1 c.).

4. "Sed mathematica sunt abstracta a materia, et tamen non sunt excedentia intellectum nostrum : et ideo in eis requirenda certissima ratio." (In II Metaph., lect. 5, n. 336.).

ramène à l'immobilité de l'objet mathématique. Cette science s'exerce, en effet, dans le domaine privilégié du nécessaire : d'une part, on l'a vu, en raison de l'abstraction de l'objet dégagé des fluctuations[1] de la matière; d'autre part, à cause du processus de démonstration de la mathématique : elle se fonde sur les principes formels essentiels. Cette discipline réalise ainsi les conditions de la nécessité absolue,[2] et non seulement hypothétique. La démonstration mathématique s'appuie toujours sur la définition du sujet; elle ne recourt jamais, dès lors, à des principes extrinsèques, comme la fin ou la cause efficiente. Ainsi, l'égalité des angles d'un triangle à deux droits se fonde sur la définition même de ce genre de figures;[3] les raisons d'utilité ou de

---

1. "... Naturalia, quamvis sensui subjaceant, et tamen propter sui fluxibilitatem non habent magnam certitudinem, cum extra sensum fiunt, sicut habent mathematica, quae sunt absque motu..." (In De Trin., q. 6, a. 1, ad 2).

2. "Differt autem necessarium absolute ab aliis necessariis : quia necessitas absoluta competit rei secundum id quod est intimum et proximum ei; sive sit forma, sive materia, sive ipsa rei essentia..." (In V Metaph., lect. 6, n. 833) - "...Eorum quae dicuntur esse, quaedam sunt semper et ex necessitate : non quidem secundum quod necessitas pro violentia sumitur, sed secundum quod utimur necessitate in demonstrationibus, puta dicentes necessarium esse quod triangulus habet tres angulos aequales duobus; sic enim necessarium dicimus quod impossibile est non esse." (Ibid., lib. XI, lect. 8, n. 2276). - "Dicendum quod necessarium dicitur aliquid dupliciter : scilicet absolute, et ex suppositione. Necessarium absolute judicatur aliquid ex habitudine terminorum : utpote quia praedicatum est in definitione subjecti, sicut necessarium est hominem esse animal; vel quia subjectum est de ratione praedicati, sicut hoc est necessarium, numerum esse parem vel imparem..." (Ia, q. 19, a. 3 c.). - "Necessitas dicitur multipliciter. 'Necesse' est enim 'quod non potest non esse'. Quod quidem convenit alicui, uno modo ex principio intrinseco : sive materiali... sive formali, sicut cum dicimus quod necesse est triangulum habere tres angulos aequales duobus rectis. Et haec est necessitas naturalis et absoluta." (Ia, q. 82, a. 1 c.) - Vide etiam : Contra Gentiles, II, c. 29-30; IIIa, q. 46, a. 1; II Phys., lect. 15, n. 2; De Pot. q. 3, a. 16.

3. "... Similiter etiam quod habet necessitatem ex causa formali,

convenance n'interviennent point dans cette sorte de raisonnement.[1] Même la cause efficiente n'a aucun rôle à jouer dans le domaine mathématique.[2] Même si de cette cause résulte parfois la nécessité absolue[3]

---

est necessarium absolute; sicut hominem esse rationalem, aut triangulum habere tres angulos aequales duobus rectis, quod reducitur in definitionem trianguli." (In II Phys., lect. 15, n. 2).

1. In III Metaph., lect. 4, n. 375.

2. "Dicendum quod agere et pati non convenit entibus secundum quod sunt in consideratione, sed secundum quod sunt in esse. Mathematicus autem considerat res abstratas secundum considerationem tantum, et ideo illae res prout cadunt in considerationem mathematici, non possunt esse principium et finis motus, et ideo mathematicus non demonstrat per causas efficientem et finalem." (De Trin., q. 5, a. 4, ad 7). - Même si, comme tout autre être, les entités mathématiques impliquent relation à la cause efficiente, qui est à l'origine de leur être, ce n'est pas à ce titre cependant qu'elles tombent sous la considération du mathématicien : "Dicendum quod mathematica accipiuntur ut abstracta secundum rationem, cum tamen non sint abstracta secundum esse. Unicuique enim competit habere causam agentem, secundum quod habet esse. Licet igitur ea quae sunt mathematica habeant causam agentem, non tamen secundum habitudinem quam habent ad causam agentem, cadunt sub consideratione mathematici. Et ideo in scientiis mathematicis non demonstratur aliquid per causam agentem." (Ia, q. 44, a. 1, ad 3). - On envisage l'entité mathématique à la manière d'une substance : on lui attribue des qualités; on la soumet à divers types d'opérations et d'actions, etc. Mais les 'actions' mathématiques, comme l'addition, la division, l'extraction de racines, etc., ne se dénomment telles que par mode de similitude aux opérations naturelles; les termes 'actions', 'opérations', 'mouvement' appliquées aux choses mathématiques ont changé d'imposition : "Quae enim sunt secundum numerum, non sunt aliquae actiones nisi secundum similitudinem, sicut multiplicare, dividere et hujusmodi, ut etiam in aliis dictum est, scilicet in secundo Physicorum; ubi ostendit, quod mathematica abstrahunt a motu, et ideo in eis esse non possunt hujusmodi actiones, quae secundum motum sunt." (In V Metaph., lect. 17, n. 1024). - Etiam : I-II, q. 57, a 3, ad 3.

3. "... Et similiter quod habet necessitatem ex causa efficiente, est necessarium absolute." (In II Phys., lect. 15, n. 2). - Vide etiam : II Contra Gentiles, c. 29 : "Invenitur autem..."

elle ne comporte cependant aucun usage sur le plan abstrait des mathématiques. Et la cause matérielle joue-t-elle un rôle quelconque dans ce type de savoir ? Bien qu'elle se classe parmi les causes intrinsèques de l'être et que, de plus, dans les démonstrations mathématiques qui procèdent des parties, celles-ci se réfèrent au tout sous la raison de matière, cette dernière s'applique cependant plus proprement aux choses sensibles et les démonstrations par la cause matérielle se limitent aussi à ce domaine. D'ailleurs la démonstration qui, en mathématique, procède des parties se situe, malgré tout, à un plan formel par rapport à la matière sensible; la considération mathématique s'élève, en effet, au niveau de la quantité abstraite qui joue le rôle de forme dans cette science. Et comme, d'autre part, ce mode d'abstraction nous fixe en dehors de la contingence et au niveau de l'essence, la démonstration par la soi-disant cause matérielle, en mathématique, se dénomme du point de vue de la nécessité.[1]

Si le processus d'argumentation mathématique s'appuie, en premier lieu, sur les principes formels essentiels, la vérité mathématique se définira, avant tout, par la cohésion interne des éléments qui

1. "...Mathematicae scientiae non demonstrant per causam materialem. Mathematica enim abstrahit quidem a materia sensibili, non autem a materia intelligibili, ut dicitur in VI Metaph.; quae quidem materia intelligibilis consideratur secundum quod aliquid divisibile accipitur vel in numeris vel in continuis. Et ideo quandocumque in mathematicis aliquid demonstratur de toto per partes, videtur esse demonstratio per causam materialem : partes enim se habent ad totum secundum rationem materiae, ut habetur in II Phys. Et quia materia magis proprie dicitur in sensibilibus, propter hoc noluit eam nominare causam materialem, sed causam necessitatis." (In II Post. Anal., lect. 9, n. 5). Vide etiam : II Phys., lect. 15, nn. 5-6. - De Part. Anim., in pr.

s'incluent nécessairement. La mathématique apparaît, en conséquence, comme la plus déductive de toutes les sciences; les notions mathématiques découlent les unes des autres selon un ordre rigoureux et libre à la fois. C'est-à-dire que, affranchie de la nécessité de se conformer à un ordre extérieur, comme y sont tenues la science naturelle, la métaphysique, etc., la mathématique n'a qu'à se soumettre étroitement à sa logique interne sans quitter, pour autant, son domaine propre, et à prendre en considération les vastes possibilités de son objet. C'est ici surtout que le mathématicien exige la notion de constructibilité, ou requiert la consistance et l'interprétation de ses groupes d'axiomes. La mathématique ne partage avec aucune autre science ce privilège de liberté d'invention et de cohésion intime de sa vérité; même la logique dépend davantage d'un ordre immuable. On sait, en effet, que l'objet de la logique n'est ni artificiel ni fictif mais réel, fondé en nature.

Il faut, par conséquent, éviter de se méprendre sur le sens de 'réel' qui apparaît parfois en mathématique. 'Réel' se substitue souvent à 'vrai', car tout le fondement des objets mathématiques consiste dans la 'vérité' de notions qui ne sauraient avoir, comme telles, de répliques exactes dans le monde extérieur.

Les considérations précédentes sur la rigueur mathématique recevront un complément indispensable aux chapitres de la logistique moderne et du formalisme. Vu les modifications profondes apportées, en notre temps, à la notion de mathématique, nos affirmations sur la certitude de cette discipline présenteraient un caractère inadéquat.

Chapitre 7

Les Sciences Moyennes

Dès les temps anciens, les mathématiques ont quitté le plan purement théorique pour devenir un instrument d'exploration de la nature. Ce mode d'approche des êtres matériels s'est révélé à la fois plus simple, plus précis et plus fécond que le processus descriptif; voilà pourquoi il a eu toutes les faveurs et, de nos jours, les phénomènes naturels sont intimement liés à un symbolisme mathématique des plus abstraits.

Il importe toutefois d'étudier à part l'application mathématique ancienne à la matière sensible et l'interprétation moderne. Elles révèlent, en effet, des traits profondément distincts. D'une part, la mathématique a subi des retouches substantielles et, d'un autre côté, la science naturelle, en raison même de ses progrès fantastiques, se meut sur un terrain de plus en plus instable.

Le présent chapitre rappellera la conception ancienne des sciences moyennes; un chapitre ultérieur étudiera les aspects essentiels de la physique mathématique moderne.

Le problème des sciences moyennes se situe dans le contexte de la démonstration 'quia' et 'propter quid'. Aussi importe-t-il de rappeler ici l'essentiel sur ce double processus de déduction. "(Mais) il y a encore une autre façon, remarque Aristote, dont le fait et le pourquoi diffèrent, et c'est quand chacun d'eux est considéré par une science différente. Tels sont les problèmes qui sont entre eux dans un rapport tel que l'un est subordonné à l'autre..."[1] La subalternation des sciences peut tout d'abord s'entendre en un sens tout à fait général; elle signifie alors une dépendance quelconque entre certaines disciplines. Ainsi la théologie se subordonne à la philosophie en ce qu'elle en utilise les principes. Mais il ne s'agit pas là d'une subalternation au sens strict. Celle-ci peut s'effectuer sur le plan des principes ou dans la ligne du sujet. Dans le premier cas, la science subalternée emprunte à une autre ses moyens de démonstration; ainsi, la théologie puise dans la science des bienheureux les principes de son argumentation.[2] La subordination des sciences au point de vue du sujet présente un double aspect : le sujet d'une science peut englober celui d'une autre, comme un sujet plus général en comprend un second plus déterminé. Dans ce cas, le sujet de la science inférieure constitue une partie ou une espèce de celui de la science supérieure.[3] Ainsi, l'animal ou la plante forment des espèces du corps naturel. Aussi les sciences qui traitent de ces objets restreints entrent-elles sous la science naturelle. Une telle relation n'entraîne cependant pas de subordination au sens rigoureux, car il n'en résulte point de disciplines spécifiquement distinctes. Un second mode de subalternation quant au sujet consiste en ce que le sujet de la science inférieure, sans constituer une espèce de celui de la science supérieure, se compare à lui comme le matériel au

---

1. <u>I Post. Anal</u>., 13, 78 b 32.

2. <u>Ia</u>, q. 1, a. 2.

3. <u>In I Post. Anal</u>., lect. 25, n. 2. - <u>In De Trin</u>., q. 5, a. 1, <u>ad 5</u>.

formel. Ainsi l'optique par rapport à la géométrie. Celle-ci porte sur la grandeur abstraite; celle-là sur la ligne engagée dans une matière déterminée, c'est-à-dire sur la ligne visuelle. Cette dernière ne constitue point une espèce propre de la ligne géométrique, mais elle lui ajoute une différence extrinsèque[1] et accidentelle. Le nouveau sujet qui résulte de cette jonction englobe un élément formel (les notions mathématiques) et un élément matériel (une matière sensible). D'où il résulte un double degré d'abstraction[2] et, par suite, subalternation, en raison, non seulement du sujet, mais aussi des principes.[3] Car ces sciences mixtes recourent à des moyens mathématiques pour obtenir des conclusions qu'elles appliquent à une matière naturelle.[4] Dans les disciplines de ce genre, le point de vue explicatif ou formel, c'est-à-dire les principes utilisés, le 'pourquoi' invoqué, relève totalement des mathématiques.[5] En d'autres termes, ces sciences intermédiaires appliquent un appareil strictement démonstratif à une matière contingente; la lumière mathématique intervient alors comme un instrument dans l'étude de la nature. Cette applicabilité des principes mathématiques aux choses sensibles ressort de leur plus grande abstrac-

---

1. In I Post. Anal., lect. 15, n. 5.

2. In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6 et 7.

3. In I Post. Anal., lect. 25, n. 2.

4. In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6.

5. "Dicuntur autem scientiae mediae, quae accipiunt principia a scientiis pure mathematicis..." (In II Phys., lect. 3, n. 8). - In De Trin., q. 5, a. 1, ad 5. - In I Post. Anal., lect. 25, n. 4.

tion et 'simplicité'.[1] Une science comporte, en effet, une possibilité d'application d'autant plus étendue qu'elle utilise des principes plus abstraits.

Si les sciences moyennes présentent, sur le plan des principes, une affinité aussi étroite avec la mathématique, elles participent, en conséquence, de leur certitude privilégiée. Pour les Anciens, en effet, elles étaient strictement démonstratives. Est-ce à dire qu'elles comportaient un degré de certitude égal à celui des mathématiques pures ? Non, car "la science qui ne s'occupe pas du substrat, dit Aristote, est plus exacte que celle qui s'occupe du substrat; par exemple, l'Arithmétique est plus exacte que l'Harmonique."[2] Le 'substrat' s'entend ici de la matière sensible qui, à cause de sa variabilité intrinsèque, devient principe d'incertitude. Donc, plus une science s'approche de la matière, moins elle comporte de rigueur. Voilà pourquoi les sciences moyennes qui, au terme, impliquent une matière contingente, compromettent, pour ainsi dire, la stabilité de leurs principes.
La physique mathématique moderne qui, d'une part, est beaucoup plus enfoncée dans la matière que la physique ancienne et qui, d'un autre côté, utilise une mathématique qui ne mérite plus le nom de science, se voit soumise à une incertitude théorique parfaitement conciliable, d'ailleurs, avec sa certitude pratique étonnante. Notons, d'autre part, que les sciences moyennes démonstratives ont mené beaucoup moins loin dans l'étude de la nature que la physique mathématique moderne, qui ne

---

1. In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6.

2. I Post. Anal., 87 a 31.

mérite même pas le nom de dialectique. La raison de ce fait indéniable apparaîtra plus loin.

Si l'on désire maintenant spécifier ces sciences, pour ainsi dire ambivalentes, il faudra faire appel à une diversité de points de vue. Elles comportent, comme on l'a souligné, un aspect mathématique et un côté naturel. Elles ne paraissent donc ni totalement mathématiques, ni entièrement naturelles; elles sont mixtes. Sont-elles cependant davantage mathématiques que naturelles, ou l'inverse ? Les deux points de vue semblent bien se combattre, car on rencontre chez Aristote et s. Thomas les deux aspects également soutenus. Ainsi, écrit s. Thomas,

> "quaedam vero sunt mediae, quae principia mathematica ad res naturales applicant, ut musica, astrologia et hujusmodi, quae tamen 'magis sunt affines mathematicis', quia eorum consideratione id quod est physicum, est quasi materiale, quod autem est mathematicum, est quasi formale..." 1

Le point de vue formel l'emporte sûrement, en sciences comme ailleurs, sur l'aspect matériel; celui-ci implique parfois une diversité qui s'unifie sous une même considération formelle. La forme actue la matière et non l'inverse. Un autre texte de s. Thomas donne encore l'avantage au domaine mathématique dans les sciences moyennes; mais il se place, cette fois, à un point de vue explicatif :

---

1. In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6.

> "Sciendum ergo est circa primum quod in omnibus praemonitis scientiis, illae quae continentur sub aliis, applicant principia mathematicae ad sensibilia. Quae autem sub se continent alias 'sunt magis mathematicae.'" 1

La raison invoquée ? C'est que, dans ces sciences complexes, la science inférieure, comme telle, ne peut dépasser la connaissance du 'fait' (quia ita est), alors que la science supérieure rend compte du 'pourquoi' (propter quid ita est); elle donne la raison explicative du fait. Au fond, la science subalternée doit strictement son titre de démonstrative à la science subalternante :

> "Et ideo dicit primo Philosophus quod scire quia est sensibilium, idest scientiarum inferiorum, quae applicant ad sensibilia : sed scire propter quid est mathematicorum, idest scientiarum, quarum principia applicantur ad sensibilia. Hujusmodi enim habent demonstrare ea, quae assumuntur ut causae in inferioribus scientiis." 2

Ailleurs cependant, Aristote fait prévaloir le point de vue naturel dans les sciences moyennes. S. Thomas explique ainsi la pensée de son maître :

> "Hujusmodi autem scientiae, licet sint mediae inter scientiam naturalem et mathematicam, tamen dicuntur hic a Philosopho esse 'magis naturales' quam mathematicae, quia unumquodque denominatur et speciem habet a termino : unde, quia harum scientiarum consideratio terminatur ad materiam naturalem, licet per principia ma-

---

1. In I Post. Anal., lect. 25, n. 4.

2. Ibid. - Etiam : In De Trin., q. 5, a. 1, ad 5.

> thematica procedant, magis sunt naturales quam mathematicae." 1

Ces textes, bien loin de se contredire, suggèrent, au contraire, les perspectives différentes adoptées.[2] Ecoutons encore s. Thomas qui prend la peine de régler lui-même le problème :

> "...Quilibet cognoscitivus habitus, dit-il, 'formaliter' quidem 'respicit medium' per quod aliquid cognoscitur, 'materialiter' autem 'id quod' per medium 'cognoscitur'. Et quia id quod est formale potius est, ideo illae scientiae quae ex principiis concludunt circa materiam naturalem, magis cum mathematicis connumerantur, utpote eis similiores : licet quantum ad materiam magis conveniant cum naturali, et propter hoc dicitur in II Phys., quod sunt 'magis naturales'." 3

Bref, les sciences moyennes sont formellement mathématiques et matériellement naturelles. Si l'on se place au point de vue de l'objet formel, c'est-à-dire de la lumière, des principes qui rendent compte de la conclusion, il est clair alors que ces sciences se rapprochent davantage des mathématiques; car, encore une fois, ce sont les considérations strictement mathématiques qui servent de moyens, de raison explicative dans un tel cas. Si, au contraire, l'on adopte la perspective du terme,[4] que ces sortes de sciences ont en vue, il faut dire

---

1. <u>In II Phys.</u>, lect. 3, n. 8.

2. <u>In De Trin.</u>, q. 5, a. 3, ad 7.

3. <u>II-II</u>, q. 9, a. 2, ad 3.

4. C'est-à-dire si l'on considère le 'sujet formel' ou 'point de vue spécial' auquel on se place dans les sciences moyennes. Tout l'appareil démonstratif mathématique, dans les sciences

qu'elles s'intègrent, en premier lieu, aux disciplines naturelles, car c'est la 'nature' qu'on désire alors connaître et non les mathématiques. Si, en effet, l'on s'en tenait, dans le cas d'une science moyenne, à la simple spéculation mathématique et qu'on négligeât l'application à la matière sensible, on manquerait le but et on demeurerait sur le plan des mathématiques pures.[1] La perspective du terme se révèle tellement primordiale dans les sciences moyennes que les mathématiques n'interviennent alors qu'à titre, pour ainsi dire, accidentel,[2] et l'on s'en passerait si, sans elles, la connaissance de la nature demeurait accessible. Elles jouent le rôle de pur moyen de manifestation. En définitive donc, il faut envisager les sciences moyennes avant tout comme naturelles, car la spécification d'une science relève du 'terminus ad quem'.

Ces sciences qui s'accommodent de notions si disparates ne constituent-elles pas, d'autre part, un cas de transgression des genres ? Le passage du domaine mathématique au plan naturel ne peut s'effectuer, semble-t-il, qu'au détriment de la science qui utilise un tel processus. Aristote nous avertit, en effet, qu'on ne peut pas, dans la démonstra-

---

de ce genre, ne retient l'attention que 'sous une perspective naturelle', c'est-à-dire 'en tant que susceptible de nous manifester la nature'. Dans les mathématiques pures, on conçoit que le sujet formel se présente comme tout à fait différent.

1. "Et similiter mathematicus qui demonstrat propter quid, nescit quandoque quia, quia non applicat principia superioris scientiae ad ea, quae demonstrantur in inferiori scientia." (In I Post. Anal., lect. 25, n. 4).

2. "Dicendum quod illa, quae non assumuntur in scientia nisi ad alterius manifestationem, non pertinent per se ad scientiam, sed 'quasi per accidens'. Sic enim in naturalibus quaedam mathematica assumuntur..." (In De Trin., q. 5, a. 4, ad 1).

tion, passer d'un genre à un autre.[1] Cependant, ce qu'il déclare ailleurs semble suggérer une exception à la règle : "Quant à savoir, remarque-t-il, comment le passage est possible, dans certains cas, nous le dirons ultérieurement."[2] Le passage d'un genre à un autre qui lui est totalement étranger détruit le mode scientifique. Mais il peut s'opérer une certaine réduction des genres, réduction dont s'accommode fort bien le régime démonstratif. Tel se présente le cas des sciences moyennes.

Pour éclairer la situation particulière de ces sciences, rappelons que certaines démonstrations peuvent relever d'un genre 'absolument' identique ou 'relativement' le même. La première condition se réalise quand aucune différence étrangère à la nature du sujet ne vient le déterminer. Ainsi, des principes vérifiés du triangle en général, on peut effectuer une démonstration propre à l'isocèle. L'universel contient, en effet, le singulier en puissance et le déborde. Cependant, quand un genre se voit déterminer par une différence étrangère, un nouveau sujet en résulte, qui ne constitue pas une espèce propre du premier et qui fait l'objet d'une science distincte. Le sujet formé comporte alors deux éléments qui participent à un même genre 'relatif' et non pas absolu. Quand, en effet, on applique, par exemple, les conclusions obtenues dans le cas de la ligne géométrique à la ligne visuelle, il existe une certaine transition d'un genre à un autre; processus in-

---

1. <u>I Post. Anal.</u>, 75 a 30.

2. <u>Ibid.</u>, 75 b 5.

connu quand les démonstrations utilisées pour le triangle, par exemple, sont restreintes à l'isocèle ou à l'équilatéral.[1] La réduction à un même genre relatif, dans le cas des sciences moyennes, s'opère grâce à l'application de la 'raison' même du genre supérieur à l'inférieur naturellement étranger au premier. Ainsi, des notions strictement mathématiques s'étendent à un sujet naturel et l'éclairent, le manifestent, l'expliquent sur son plan même, c'est-à-dire au niveau sensible; de la sorte, le sujet naturel se ramène, d'une certaine façon, c'est-à-dire par mode d'application intelligible, au genre mathématique, un peu comme le charbon se réduit, pour ainsi parler, à la 'species ignis', grâce à l'application de la flamme (ratio generis ignis) à cette matière étrangère.[2] Le terme 'combustible' appliqué au charbon suggère cette appartenance à un même genre que nous signalons.

Ainsi apparaît comment les sciences moyennes anciennes, malgré leur situation un peu spéciale (Aristote en parle assez souvent, dans les <u>Seconds Analytiques</u>, comme constituant une exception aux règles de la démonstration), réalisent les conditions de la démonstration. Il ne faut pas entendre par là une incorporation des notions mathématiques au domaine sensible; on verra qu'une telle intégration se révèle impossible; mais il s'agit, comme on l'a maintes fois répété, d'une 'application', c'est-à-dire d'une interprétation intellectuelle du monde sensible; une telle explication lui demeurera toujours extrinsèque, d'une

---

1. <u>In I Post. Anal.</u>, lect. 15, n. 5.

2. I-IIae, q. 35, a. 8. - <u>In I Post. Anal.</u>, lect. 17, n. 3. - Sheila O'Flynn, <u>The First two meanings of 'Rational Process' according to the Expositio in Boethium De Trinitate</u>, pp. 78-79. Thèse philosophique de Laval 1002, Doyon, Québec, 1954.

certaine façon, car les genres en question restent toujours étrangers l'un à l'autre. Les objets mathématiques gardent ainsi leur distinction du monde extérieur, même quand le 'pourquoi' se fonde sur des entités extraites d'êtres réels et qui, par suite, comportent un titre spécial à la concrétion. Car, en dépit de leur utilisation dans les sciences physiques, ces objets conservent leur caractère mathématique.

Si l'application mathématique demeure, en quelque sorte, extrinsèque, même dans le cas d'entités mathématiques assez étroitement apparentées aux êtres corporels, à plus forte raison en sera-t-il ainsi dans le cas de simples intentions logiques. On verra pourquoi l'interprétation moderne du cosmos, à partir d'une mathématique fort générale, comporte un caractère plus efficace que l'explication ancienne basée sur une science rigoureuse.