Chapitre 8

Origine intuitive des notions mathématiques

Ce qui permet de rejoindre, par un mouvement de retour, la matière sensible dans les sciences moyennes, c'est l'origine intuitive des mathématiques. Les objets de ces sciences se définissent, en effet, comme des 'produits de l'abstraction'.[1] Qu'est-ce à dire ? Cela signifie que le mathématicien

> "considère son objet en faisant abstraction de tous ses caractères sensibles, tels que la pesanteur et la légèreté, la dureté et son contraire, ainsi que la chaleur et le froid et tous autres couples contraires d'ordre sensible; il conserve seulement la quantité et le continu à une, à deux ou à trois dimensions, avec les attributs de ces objets en tant qu'ils sont affectés de quantité et de continu, et il ne les étudie point sous d'autres rapports..." 2

Le processus d'abstraction consiste simplement à négliger certains aspects de l'objet en question. Ainsi, je puis envisager en Socrate le point de vue 'animalité' en éliminant les attributs particuliers à cet homme, par exemple, sa couleur, son aptitude pour la musique ou sa science médicale. Bien que, dans la réalité, ces qualités s'agglomèrent en Socrate, je puis m'attacher à un aspect privilégié de l'ensemble. Et ce pouvoir de l'intelligence se fonde sur un ordre de nature. En effet, sur le plan des définitions, ces notions ne s'incluent pas

---

1. "Nous voyons le mathématicien faire porter ses investigations sur des abstractions." (XI Metaph., 3, 1061 a 28).

2. Ibid.

nécessairement : 'Unum non est de intellectu alterius'. Le processus d'abstraction s'applique donc à des objets "unis dans la réalité", mais "séparables en notion."[1] Le cas des mathématiques réalise bien ce principe général. Nous avons affaire, dans ces sciences, à des entités qui, jointes à la matière sensible dans l'ordre de l'existence, n'en dépendent aucunement sur le plan de la définition.[2] Car l'ordre quantitatif demeure antérieur, en notion, au complexe qualitatif.

Le mode d'abstraction propre à la mathématique, c'est-à-dire cette séparation intellectuelle d'une forme unie dans la réalité, marque bien l'origine intuitive de cette science. Le monde sensible constitue, pour ainsi dire, l'arsenal des formes mathématiques. Toutes résultent, à un titre plus ou moins prochain évidemment,[3] de l'expérience sensible : "...Haec quidem, scilicet mathematicalia, cognoscuntur per abstractionem a sensibilibus quorum est experientia..."[4] De sorte que si

---

1. In De Trin., q. 5, a. 3; In II Phys., lect. 3, etc.

2. "Mathematica vero est de aliis, in quorum definitionibus non ponitur materia sensibilis, licet habeant esse in materia sensibili." (In XI Metaph., lect. 7, n. 2258). - "Sed haec de quibus considerat mathematica, non sunt separabilia a materia et motu secundum esse, sed solum secundum rationem." (Ibid., n. 2261).

3. Car pour les mathématiques l'expérience ne remplit qu'une fonction préscientifique.

4. In VI Ethic., lect. 7, n. 1209. - "Sed sciendum est quod omnia talia (scil. mathematica) intelligit et accipit intellectus 'per sensum'. Sicut enim accipit intellectus in hac materia sensibili quae est caro nasi, eo quod conjuncta est per esse diffinitionem cum materia sensibili : ita accipit separata mathematica in phantasmate, eo quod per esse conjuncta sunt materiae sensibili, licet per abstractionem vel diffinitionem sint abstracta. Cum enim intelligit simum quod in sua diffinitione carnem nasi concipit, oportet quod illud non separatum

nous n'avions jamais vu de rond ou de bâton, jamais nous n'aurions formé la notion de cercle ou de droite; le concept de nombre a surgi de nos désignations successives des parties d'un ensemble concret... Qu'il existe pour les mathématiques des enfants prodiges, c'est là un signe que ces disciplines constituent le type de connaissance le mieux adapté à l'intelligence humaine et, par le fait même, le plus à la portée d'une expérience facile, mais non moins requise. Les sciences naturelles dépendent d'une expérience trop circonstanciée et, par suite, trop longue à acquérir pour être le lot des jeunes esprits.[1] La métaphysique (comme d'ailleurs toute connaissance humaine)[2] se rattache aussi à la sensation, mais ce point de départ se révèle trop disproportionné au terme pour parler, de façon adéquate, de l'origine intuitive de la théologie naturelle.[3] Pourquoi, objectera-t-on, ne pas insister sur 'l'origine intuitive' de la science naturelle ? En raison de l'évidence, semble-t-il. Cette discipline comporte, non seulement son principe, mais aussi son terme dans le sens;[4] elle ne quitte même pas le domaine

---

accipiat per diffinitionem. In quantum autem accipit genus suum, quod est curvum, in sua ratione non accipit carnem nasi eo quod secundum unam rationem salvatur in qualibet materia; tunc intelligit hoc sine intellectu carnis." (D. Alb., In III De Anima, III, V, text. 35).

1. In VI Ethic., lect. 7, n. 1209.

2. In De Trin., q. 6, a. 2, in princ.

3. Ibid., q. 6, a. 3; a. 2, ad 5.

4. Ia, q. 84, a. 7 c. : "Natura lapidis vel cujuscumque materialis rei, cognosci non potest complete et vere, nisi secundum quod cognoscitur ut in particulari existens." - (Ibid., a. 8). - I Meteor., I, n. 1 : "Dans les choses naturelles... la science que l'on a d'une chose en général n'est pas une science complète

de l'expérience, comment douter qu'elle y prenne racine ? Si l'on insiste sur l'origine sensible des mathématiques, c'est qu'il s'en trouve, de nos jours, pour la mettre en doute ou même la nier ouvertement. Ces sciences, en effet, comportent, quant au terme, un éloignement naturel de l'expérience sensible : elles portent sur l'immobile et résolvent dans l'imagination; voilà pourquoi les mathématiciens modernes, en raison de la liberté presque illimitée propre à ces disciplines, en ont oublié l'humble point de départ. Sans doute ont-ils raison de reconnaître aux mathématiques une certaine indépendance de l'expérience sensible, surtout dans ses états les plus élevés. Une fois en possession des notions premières qui se rattachent directement à la sensation, l'intelligence, grâce à son pouvoir abstractif, présente des objets de pensée de plus en plus nombreux et autonomes, tellement indépendants du sens qu'il serait ridicule de leur chercher des correspondants sensibles adéquats, des schèmes précis. Ce qu'il faut toutefois maintenir, c'est que les entités mathématiques, quand elles peuvent exister hors de l'intelligence, ne se retrouvent que dans la matière sensible, bien qu'alors on ne les observe point à l'état mathématique : le cercle, le triangle se réalisent dans les choses sensibles sous un mode dégradé, imparfait et mobile; ces objets ont alors perdu les conditions de pureté idéale que leur communique le mode d'existence mathématique. Ce dernier ne fait que caractériser l'activité propre à l'intelligence dans cette discipline particulière. Il importe aussi de se rappeler que l'enseigne-

---

selon l'acte ultime... La science complète exige qu'on ne s'arrête pas aux généralités, mais qu'on procède jusqu'aux espèces."

ment des anciens selon lequel le jugement mathématique doit déboucher dans l'imaginable se concilie avec un certain nombre de systèmes modernes, si l'on entend par là, non pas toujours une vérification directe dans l'intuition imaginative, mais une possibilité de reproduction éloignée et radicale. Mais cette question réapparaîtra dans la seconde partie de cette étude. Il suffira de retenir ici que la doctrine ancienne, en sauvegardant le fondement même de la connaissance mathématique, a établi ses notes essentielles et, par suite, immuables. Puisque, à la base des mathématiques, réside la quantité naturelle, celle-ci, une fois abstraite et livrée à son antériorité et à son autonomie propres, garde toujours quelque lien, sans doute fort ténu parfois, avec sa condition initiale. En dépit des efforts de l'intelligence pour imposer les attributs de sa nature spirituelle aux objets mathématiques, par une fécondité de formes extraordinaire et un ensemble de combinaisons de plus en plus ingénieuses, ces entités comportent toujours une attache essentielle à la matière et elles ne sauraient renier ces origines pour s'assimiler aux formes métaphysiques. La matière intelligible, même à son degré le plus évolué, demeure véritablement matière. Et ses deux états possibles (continu et discret) se révèlent irréductibles. Même si la concrétion et la potentialité du continu considéré sous ses formes les plus hautes, tendent à être absorbées par l'abstraction et l'actualité du nombre, jamais le passage n'aura lieu effectivement. Puisque des degrés irréductibles d'immatérialité se retrouvent à l'intérieur de la matière intelligible elle-même, comment se résoudre à confondre cette dernière avec les formes 'séparées' de la métaphysique!

Encore une fois, l'éloignement progressif du point de départ sensible, dans l'élaboration des théorèmes mathématiques, se révèle parfaitement légitime et susceptible de porter des fruits, mais encore faut-il que le mathématicien demeure, d'une part, dans les limites de la quantité, et que, d'un autre côté, il soit conscient du processus qu'il utilise. Sous prétexte qu'il a à sa disposition de vastes possibilités de constructions, il doit se garder de réduire les mathématiques à un système de pures relations de raison. En définitive, comme on l'a maintes fois souligné, les êtres mathématiques même les plus éloignés du domaine sensible s'y rattachent nécessairement, par le truchement de la quantité, qui garde des liens essentiels avec la matière. Cet enracinement initial des entités mathématiques dans la sensation admet une certaine hardiesse de déduction dans le cas d'une discipline aussi ouverte, mais il condamne l'arbitraire qui aboutit au pur échafaudage, à la systématisation pour elle-même. Ainsi, par exemple, confondre logique et mathématique revient à ignorer la nature des deux. Ce problème, qui retiendra plus loin notre attention, se fonde sur un désir de généralisation croissante qui n'a rien de commun avec l'abstraction mathématique traditionnelle. Bref, dans quelque science que ce soit, il importe de respecter les humbles fondements (intuitifs) car une erreur, même légère sur les principes devient grande à la fin.[1]

1. Aristote, De Coelo, I, c. 5, 271 b 10; De Ente et Essentia, Proemium.

Chapitre 9

Mathématiques et Vérification expérimentale

Dans toute connaissance, il importe de distinguer le principe et le terme.[1] L'étude de l'objet mathématique au point de vue de son origine sensible requiert, comme complément indispensable, une considération attentive de ce même objet dans la perspective du terme. Dans le cas de la connaissance mathématique, le principe et le terme coincident-ils dans le sens externe ? En d'autres mots, doit-on exiger des entités mathématiques une stricte vérification expérimentale ? Le monde physique peut-il devenir la mesure des êtres mathématiques ? L'origine sensible des mathématiques et leur condition primitive extramentale (secundum rem)[2] pourraient faire croire à la possibilité de leur confirmation adéquate au niveau de l'expérience sensible. Voyons toutefois s'il en est ainsi.

Ce problème fondamental gagne à être replacé dans la perspective générale des divers modes de la connaissance humaine, car les mathématiques représentent un degré d'actualité intelligible propre. Dans toute connaissance donc, le principe appartient à l'appréhension

---

1. In De Trin., q. 6, a. 2. - "In cognitione duo est considerare : scilicet receptionem, et judicium de receptis." (De Ver., q. 12, a. 3, ad 1). - "Circa cognitionem autem humanae mentis duo oportet considerare : scilicet acceptionem, sive repraesentationem rerum; et judicium de rebus praesentatis." (II-IIae, q. 173, a. 2 c.). - Etiam : De Ver., q. 10, a. 9 : "Loquendo..."

2. In XI Metaph., lect. 7, nn. 2258 et 2261.

et le terme au jugement.[1] Par conséquent, le principe de toute notre connaissance réside dans le sens : "Repraesentantur autem menti humanae res aliquae secundum aliquas species : et secundum naturae ordinem, primo oportet quod species praesententur sensui; secundo imaginationi; tertio intellectui possibili."[2] Quant au terme, 'non uniformiter est semper,' dit s. Thomas, "quandoque enim est in sensu, quandoque in imaginatione, quandoque autem in solo intellectu."[3] Parfois, en effet, les

---

1. In De Trin., q. 6, a. 2.

2. II-IIae, q. 173, a. 2 c.

3. In De Trin., q. 6, a. 2 c. - Ce texte présente une difficulté concernant la résolution métaphysique. S. Thomas écrit quelque part : "Quia primum principium cognitionis est sensus, 'oportet ad sensum quodammodo resolvere omnia de quibus judicamus'." (De Verit., q. 12, a. 3, ad 2). - Nous venons de lire le contraire, semble-t-il, dans le De Trin. : "In divinis 'neque ad imaginationem, neque ad sensum' debemus deduci." (q. 6, a. 2). La clé de la solution paraît contenue dans la distinction suivante : dans le De Trin., s. Thomas recherche la 'fonction propre' de la discipline, c'est-à-dire la fonction qui la définit comme telle. Dès lors, il est vrai d'affirmer qu'en métaphysique, 'non oportet deduci ad sensum'. Dans le De Veritate, par contre, s. Thomas parle d'une 'fonction commune', c'est-à-dire relative à l'intelligence comme telle'. Voilà pourquoi il soutient la nécessité constante d'une 'deductio ad sensum'. Car, en vertu de son objet propre, l'intelligence humaine a toujours besoin d'un support sensible (Ia, q. 84, a. 7; q. 89, a. 1; De Verit., q. 10, a. 2; a. 7; a. 8, ad 1; q. 19, a. 1, etc.). Maintenant, une comparaison des disciplines entre elles nous montre que 'résoudre dans le sens' est 'propre' à la philosophie de la nature. En métaphysique, ce mode se réalise 'deficienter' (Ia, q. 108, a. 5); dans ce cas, le sens constitue un terme inadéquat mais requis, comme on l'a noté. Le principe de la permanence dans le 'modus intellectualis' de la métaphysique apparaît, de façon lumineuse, dans l'admirable texte que voici : "Dicendum quod phantasma est principium nostrae cognitionis, ut 'ex quo' incipit intellectus operatio, 'non sicut transiens,' sed sicut 'permanens', ut quoddam 'fundamentum' intellectualis operationis, sicut principia demonstrationis oportet manere in omni processu scientiae (Ia, q. 108, a. 7, ad 2), cum phantasmata comparentur ad intellectum ut objecta,

données du sens expriment suffisamment la nature de la chose;[1] dans ce cas, le jugement de l'intelligence doit se conformer aux données sensibles; "Et hujusmodi sunt omnes res naturales, quae sunt determinatae ad materiam sensibilem."[2] Pour les entités mathématiques, le principe de

---

'in quibus inspicit omne quod inspicit' vel secundum perfectam repraesentationem vel per negationem." (In De Trin., q. 6, a. 2, ad 5). Le sens et l'imagination sont 'terminus a quo sicut permanens' en métaphysique, et 'terminus ad quod' déficients. Cette résolution commune dans le sens constitue une difficulté pour la métaphysique. Elle va s'en tirer par le moyen de la négation. Si, en effet, dans la réception d'une forme, le sujet accommode la forme à ses dimensions, celle-ci, de son côté, élève le sujet et le fait participer à sa noblesse (De Verit., q. 12, a. 6, ad 4; q. 24, a. 8, ad 6). En vertu de ce principe, la métaphysique se retournera vers le phantasme, toujours lié à la condition du sujet, mais ce sera pour le nier d'une certaine façon : "Quamvis imaginatio in qualibet divinorum consideratione sit necessaria secundum statum viae (De Verit., q. 18, a. 5), nunquam tamen, ad eam deduci oportet in divinis." (In De Trin., q. 6, a. 2, ad 5).

Les principes appliqués ici à la métaphysique pourraient, 'mutatis mutandis', convenir à la mathématique en ce qui concerne la vérification de ses entités abstraites dans l'expérience sensible.

1. In VI Metaph., lect. 1, n. 1149.

2. In De Trin., q. 6, a. 2. - Et s. Thomas poursuit : "Et ideo in scientia naturali terminari debet cognitio ad sensum, ut scilicet hoc modo judicemus de rebus naturalibus, secundum quod sensus eas demonstrat, ut patet in III Coeli et Mundi, et qui sensum negligit in naturalibus, incidit in errorem. Et haec sunt naturalia, quae sunt concreta cum materia sensibili et motu, et secundum esse et secundum considerationem."

la connaissance réside bien dans le sens, mais le terme demeure indépendant des données sensibles.[1] Sans doute, les entités mathématiques n'existent-elles pas en dehors de la matière sensible, mais, selon leur état définitif, elles sont abstraites d'une telle matière. Elles se dégagent des conditions de chaleur, de pesanteur, de mouvement, etc., des choses naturelles.[2] Cependant, comme elles comportent une référence naturelle à une certaine matière, c'est-à-dire au continu, le terme de la connaissance mathématique ne peut s'assimiler au pur intelligible : il se situe dans l'imagination. Tout jugement mathématique, comme tel, dépasse donc l'appréhension du sens. Le mouvement d'abstraction de l'intelligence mathématique demeure irréversible. Inutile, par conséquent, de chercher des 'réalisations' mathématiques dans le monde sen-

---

1. In De Trin., q. 6, a. 2.

2. Non seulement les notions mathématiques se présentent comme invérifiables dans le domaine de l'expérience sensible, mais, étant donné l'autonomie de ces sciences, on n'a même pas besoin de les vérifier. Ces disciplines se suffisent à elles-mêmes; elles comportent leur sujet et leurs principes propres, tout comme la science naturelle et la métaphysique. Ces dernières ne tirent point la validité de leurs conclusions des mathématiques. La réciproque s'impose. Sans doute, les mathématiques soutiennent-elles certaines analogies, déjà signalées, avec la science naturelle; des différences profondes séparent cependant ces deux disciplines et les maintiennent à des niveaux irréductibles. Les avantages que comportent les sciences moyennes ont pu induire en la tentation de confondre le monde naturel et le domaine mathématique, mais on ne gagnerait rien à mêler les objets formels des sciences. Il existe, en effet, une différence totale entre 'application' des mathématiques au sensible et 'vérification' des mathématiques dans l'expérience.

sible[1] : le cercle, la ligne, le triangle... sensibles jouent un rôle préscientifique dans cette discipline;[2] ces êtres sensibles ne sauraient servir de confirmation, de vérification à un type de connaissance qui se situe à un niveau supérieur d'abstraction. Concevoir, par exemple, le cercle sensible comme une 'incarnation' du cercle mathématique, c'est brouiller les perspectives; c'est prendre le principe pour le terme; c'est inverser le processus naturel de la connaissance mathématique, qui, loin de s'en tenir aux conditions de la quantité sensible, comme telle, transforme, au contraire, cet accident en un mode d'être autonome, tout à fait conforme à sa nature propre; elle l'établit dans un état abstrait et l'envisage précisément en tant qu'abstrait. Tout au plus faut-il concéder un retour à la matière sensible par mode d'application toujours imparfaite par quelque côté.

Les données naturelles, au contraire, trouvent une vérification parfaite, quoique d'un autre ordre, dans le domaine mathématique.[3] Les entités mathématiques retiennent, en effet, les propriétés essentielles de la quantité, comme la divisibilité à l'infini, etc., tous attributs qu'on trouve imparfaitement réalisés ou même tout à fait irré-

---

1. "... Si non sunt mathematica separata, difficile est assignare circa quae mathematicae scientiae negocientur. Non enim negociari videntur circa sensibilia inquantum hujusmodi; quia in istis sensibilibus non sunt tales lineae et tales circuli, quales scientiae mathematicae quaerunt." (In XI Metaph., lect. 1, n. 2161). - Etiam : Metaph. XIII, 2, 1077 b 14; b 20 ss.; 1078 a 20. - In I Post. Anal., lect. 19, n. 6.

2. In VI Metaph., lect. 1, n. 1149. - In I Post. Anal., lect. 5, n. 7, in finem.

3. In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6.

alisables dans la quantité naturelle. C'est ce dépouillement, cette plus grande simplicité de la quantité mathématique[1] qui lui donne l'avantage sur la quantité naturelle "quae se habet 'ex additione' ad mathematicalia." A celle-ci se joignent toujours les exigences de la forme naturelle.[2] Si donc les entités mathématiques 'se habent ex diminutione ad corpora naturalia', beaucoup de propriétés considérées comme irréalisables dans les choses sensibles, seront, au contraire, parfaitement concevables en mathématiques.[3] L'inverse est faux : à l'impossible ma-

---

1. "... Quanto aliqua scientia est abstractiora et simpliciora considerans, tanto ejus principia sunt magis applicabilia aliis scientiis; unde principia mathematicae (sunt) applicabilia naturalibus rebus, non autem e converso, propter quod physica est ex suppositione mathematicae, sed non e converso." (In De Trin., q. 5, a. 3, ad 6).

2. In I Phys., lect. 9, n. 9.

3. De Coelo et Mundo, I, lect. 3. - "... Omne (enim) impossibile quod sequitur contra istos ex rationibus geometrarum, sequitur etiam contra eosdem per rationes corporis naturalis : eo quod quantitas una est corporis naturalis et geometrica, licet non sit unum ex impossibilibus illis... et hujus causa est, quod corpora geometrica ex diminutione se habent ad corpora naturalia, cum geometrica per omne sint in naturalibus, naturalia autem ex additione se habent ad geometrica, cum naturalia addunt illis formas sensibiles contrarietatem habentes.
"Et ideo etiam non est ita e converso, quia multa impossibilia inducuntur contra istos ex ratione corporum naturalium, quae ex rationibus geometricis corporis induci non possunt : non omnia quae sunt in corpore naturali, sunt etiam in geometrico : sed e converso quaecumque sunt in geometrico, sunt et in naturali quantum ad essentiam quantitatis. Hujus autem exemplum est in divisione : nulla enim divisio est quae accidit corpori geometrico, quae non accidit etiam corpori naturali, sed aliqua est divisio quae non accidit corpori geometrico, in geometrica enim non est possibile quod continuum quantum dividatur in rem aliquam quae ulterius non dividatur : et hoc etiam in physico universaliter accepto corpore : ostendimus enim in sexto Physicorum, nullum esse corpus quod tantum in forma mobilis accipiatur, etsi non sit contractum ad hoc mobile

thématique correspond toujours et nécessairement l'impossibilité naturelle. Prenons, par exemple, le cas bien connu de la division du continu. Le continu géométrique admet la divisibilité à l'infini, et non pas le continu naturel. Par conséquent, le continu mathématique réalise toujours, et au-delà, les conditions du continu physique; la réciproque est cependant irréalisable. La vérification s'opère donc toujours dans le sens du plus simple et non pas du plus complexe.

Ce qui prouve encore l'impossibilité de vérifier les entités mathématiques dans le monde sensible, c'est l'inexistence de la mesure parfaite dans le domaine corporel. Pourquoi, en ce cas, le concept de mesure adéquate implique-t-il contradiction ? C'est que le point, entité mathématiquement inétendue, deviendrait principe de la mesure de l'étendue naturelle.

Donc, soutenir la possibilité de vérification des mathématiques dans le monde sensible reviendrait à nier les conditions essentielles de ce dernier, à savoir, sa mobilité, son indétermination, bref, toutes les dispositions matérielles consécutives à une forme jointe à une matière sensible. Comment concilier, en effet, l'immobilité mathématique avec la variabilité de la matière naturelle ? la per-

---

vel illud, quod non dividatur in infinitum, ita quod in ipso non contingit accipere ultimum; sed tamen aliqua divisio est physici quae non est corporis geometrici : formae enim sensibiles situm habentes in corpore, de quibus intendit physicus, secundum duos modos dividuntur, quorum unus est per formarum specificas differentias : et alter est per accidens per suorum subjectorum divisionem. (D. Alb., In III De Coelo et Mundo, Tr. I, cap. II).

manence de l'être mathématique avec l'écoulement (fluxibilitas[1]) de l'être sensible ? la précision absolue de la mesure mathématique avec l'indétermination relative de la mensuration naturelle; la ténuité infinie de la ligne, de la surface, du solide abstraits avec 'l'épaisseur' des objets sensibles correspondants ? Ces deux mondes se classent, encore une fois, à des niveaux irréductibles. Bien que l'un soit à l'origine de l'autre, une fois le départ mathématique opéré, le retour adéquat se révèle impossible. Et cela, en raison de l'activité abstractive de l'intelligence, qui intervient comme élément nouveau et irremplaçable dans la connaissance mathématique. La science est dans l'intelligence, et non pas dans les choses.[2] S'il suffisait, pour obtenir un

---

1. In De Trin., q. 6, a. 1, ad 2 q., ad 2.

2. Platon posait, pour ainsi dire, une vérification métaphysique des entités mathématiques en prônant l'existence des espèces séparées. Il confondait le mode de la science et la condition des choses dans leur existence concrète; (Metaph., I, lect. 10, n. 158). Pour lui, à l'abstraction intellectuelle correspondait une abstraction dans l'ordre réel; voilà pourquoi l'aboutissant normal du second degré d'abstraction était un être mathématique pourvu d'une existence séparée. C'est là un excès de réalisme, en même temps qu'une méconnaissance de l'activité autonome de l'intelligence dans la science : "... Non tamen oportet quod modo illo sit species illa in intellectu quo in re intellecta : nam omne quod est in aliquo, est per modum ejus in quo est. Et ideo ex natura intellectus, quae est alia a natura rei intellectae, necessarium est quod alius sit modus intelligendi quo intellectus intelligit, et alius sit modus essendi quo res existit." (Ibid.). Bref, Platon projette sur le plan des choses ce qui est propre à l'intelligence. Seulement, au lieu d'admettre, pour ainsi dire, une vérification 'par en-bas', c'est-à-dire au niveau sensible, des entités mathématiques, il prônait une confirmation 'par en-haut', c'est-à-dire sur le plan séparé, car il reconnaissait le processus ascendant de la science.

Soutenir la possibilité d'une vérification sensible des espèces mathématiques, c'est répéter, en sens inverse, l'erreur objet naturel, de 'matérialiser' une entité mathématique; de la revêtir des conditions sensibles de froid, de chaleur, de dureté, etc., propres aux corps naturels, cela signifierait que l'intelligence comme telle, c'est-à-dire comme activité qui rapproche l'objet de son immatérialité à elle, n'intervient aucunement pour constituer la science mathématique, pour communiquer à un objet une intelligibilité nouvelle. Cela reviendrait encore à projeter la science sur le plan des choses, c'est-à-dire, ici, au niveau sensible, car sans l'activité abstractive de l'intelligence mathématique, la quantité naturelle demeurera sensible commun, bien loin de devenir objet mathématique. Bref, les partisans de la réversibilité des notions mathématiques, ou de la vérification de ces sciences dans le monde sensible, ignorent le tout du degré d'intelligibilité propre à cette science.

Bien plus, non seulement les entités mathématiques sont na-

---

de Platon; c'est vouloir poser sur le plan sensible des 'réalisations' parfaites de conceptions abstraites; c'est confondre l'ordre de l'intelligence et celui des choses sensibles. Ces dernières, en effet, sous l'effort d'abstraction de l'intelligence, subissent une transformation 'simplifiante', 'idéalisante', qui les revêt, jusqu'à un certain point, de la nature de l'intelligence : "... Nam omne quod est in aliquo, est per modum ejus in quo est." (Ibid.) Ces objets immatériels ne peuvent donc, sans subir la transformation inverse, c'est-à-dire 'matérialisante', se vérifier dans le monde sensible. Bref, il leur faut reprendre leurs conditions initiales de mobilité, d'indétermination, etc., pour s'adapter exactement au monde corporel. Mais alors, ces entités ainsi 'dégradées', déclassées de cet état de pureté, de simplicité idéale ne sont plus des entités mathématiques : elles sont redevenues naturelles. D'ailleurs, ce soi-disant processus réversible paraît, en fait, irréalisable, car un objet mathématique, v.g. un cercle 'se habet aequivoce ad naturalia', et une réduction du domaine mathématique au monde naturel se révèle, de soi, impensable. Il turellement invérifiables dans les êtres naturels, mais, comme on l'a souligné, il ne faut même pas exiger d'elles une vérification toujours immédiate au niveau de l'imagination elle-même. Autrement, s'écroulerait une partie importante de la mathématique moderne. D'ailleurs, les schèmes euclidiens eux-mêmes ne constituent pas un correspondant adéquat des notions abstraites : celles-ci ne se vérifient strictement que sur le plan de la définition; les représentations imaginatives qui répondent aux notions de cercle, de triangle, etc., ne constituent que des exemplaires singuliers, des images individuelles d'entités qui les débordent à l'infini. A plus forte raison, les entités mathématiques se détachent-elles davantage du plan imaginatif : elles résultent de conceptions de plus en plus générales qui exigent parfois une 'conversion' ou 'réduction' au système euclidien pour pouvoir se concrétiser, de façon suffisamment déterminée, dans une représentation sensible.

Si, d'une part, le rejet de toute intuition imaginative en mathématique, revient à nier la matière intelligible; s'en tenir, d'autre part, à une vérification trop concrète dénote une confusion entre 'imagination' et 'visualisation'. Certaines représentations indéterminées suffisent, en effet, à sauver le principe du fondement sensible de la connaissance. Si la géométrie euclidienne, parce que plus

---

faut éviter, comme l'a fait Platon, de confondre les ordres : l'ordre de la science ou de l'intelligence et celui des choses. Le monde corporel, comme tel, constitue essentiellement un ordre d'existants matériels, alors que le domaine mathématique demeurera toujours un monde d'intelligibles qui ont rompu tout lien actuel avec le contexte proprement sensible.

proche du réel, à l'avantage de représentations plus nettes, et si, à ce titre, elle tend à favoriser la clarté de la connaissance mathématique, les géométries plus générales n'exigent pas, de leur côté, des schèmes aussi nettement dessinés, des images aussi précises, des représentations aussi déterminées, pour demeurer des géométries authentiques. Donc, même dans l'hypothèse d'une non-conversion des géométries modernes au système euclidien, on peut leur reconnaître certains correspondants intuitifs, si vagues apparaissent-ils, en raison de la haute abstraction des constructions récentes. On est loin, alors, d'une vérification sur le plan de l'expérience sensible. En somme, le retour à la matière sensible s'opère, dans tous les cas, par mode d'application et non de vérification stricte. Et, en raison de la généralité plus grande des données géométriques modernes, celles-ci se révèlent, en un sens, plus proches du réel, plus efficace que les théorèmes anciens.

Le moment est venu d'interroger la pensée moderne sur le vaste problème de la matière intelligible.

PARTIE II

CONCEPTION ANCIENNE ET CONCEPTION MODERNE DES MATHEMATIQUES

Après avoir présenté, dans la première partie de ce travail, une synthèse de la doctrine mathématique d'Aristote, il reste maintenant à prendre connaissance des notions de base des mathématiques modernes et à les confronter aux concepts aristotéliciens. Cette étude comparée manifestera à la fois leurs ressemblances et leurs divergences et elle permettra, par le fait même, de reconnaître les contributions définitives du philosophe grec dans le domaine mathématique. Car de tels apports existent - plusieurs, et des moins aristotéliciens, l'admettent explicitement.[1] Cette tentative d'approfondissement de théories à première vue pourtant si disparates nous mettra encore en mesure de juger si un lieu de continuité ne pourrait pas s'établir entre les conceptions aristotélicienne et moderne des mathématiques. Dans certains cas, une telle continuité s'imposera peut-

---

1. "... Les doctrines de philosophie mathématique qui, de nos jours, sont le plus fortement constituées, se présentent comme des restaurations ou des renaissances des métaphysiques antiques : néo-pythagorisme ou néo-aristotélisme.
Nous ne croyons pas que l'antiquité de cette origine suffise à créer un préjugé contre les doctrines que nous avons maintenant à examiner; elle serait au contraire de nature à mettre en lumière la 'permanence des notions fondamentales' sur lesquelles ces doctrines s'appuient. Renouvier ou Méray justifient rétrospectivement Pythagore, et inversement ils sont justifiés par lui. De même M. Frege et M. Russell justifieraient rétrospectivement Aristote, et 'ils seront justifiés par lui' ... Ces doctrines (c'est-à-dire l'arithmétisme moderne et la logistique contemporaine) ont institué des rapprochements séduisants entre certaines théories nouvelles dans la science, telles que l'arithmétisation de l'analyse ou la théorie des ensembles, 'et certains principes consacrés par la philosophie ancienne'." L. Brunschvicg, <u>Les étapes de la philosophie mathématique</u>, p. 342. - "The whole doctrine of 'a priori' in-

être, alors que, en d'autres, elle se révélera inexistante. Ce qui, cependant, retiendra l'intérêt, ce ne sera pas tellement les points de vue secondaires, les questions de détails, que les attitudes générales. On verra, en bref, s'il est possible de découvrir dans l'ensemble de la philosophie des mathématiques modernes un prolongement manifeste des opinions anciennes sur les mathématiques ou si, au contraire, les divergences les plus nettes et les plus profondes ne feront pas reconnaître une séparation définitive des deux systèmes doctrinaux.

Avant d'aborder cette longue étude, il importe, au premier chef, de souligner la différence fondamentale qui existe entre, d'une part, les 'mathématiques' anciennes et les 'mathématiques' modernes et, d'un autre côté, la 'philosophie des mathématiques' anciennes et celle des mathématiques modernes. Si les 'mathématiques' modernes constituent un prolongement fécond des 'mathématiques' anciennes, on ne peut, dans l'ensemble, en dire autant de la 'philosophie' des mathématiques modernes à l'égard de la 'philosophie' des mathématiques traditionnelles.

Or ce sont les diverses attitudes 'philosophiques', qui nous intéressent dans la présente étude. Après avoir rappelé le 'mode de pensée' traditionnel sur les entités mathématiques, quant à leur nature, leur origine, etc., nous allons étudier la 'manière actuelle' de

---

tuitions, by which Kant explained the possibility of pure mathematics, is wholly inapplicable to mathematics in its present form. The aristotelian doctrines of the schoolmen 'come nearer in spirit to the doctrines which modern mathematics inspire'..."Bertrand Russell, Mathematics and the Metaphysicians, in The World of Mathematics, by James R. Newman, p. 1589.

voir ces objets abstraits. De nombreux mathématiciens se sont, en effet, mis à réfléchir sur les systèmes fraîchement élaborés et ils nous ont livré de multiples aperçus philosophiques sur leur discipline. Ils ont ainsi repensé les fondements de leur science; ils ont réétudié les divers objets mathématiques quant à leur nature, leur origine, leur terme; ils ont évalué le rôle de l'intuition en mathématique, repris le problème de l'abstraction, etc. Nous allons étudier aussi objectivement que possible les avancés innombrables des 'philosophes' des mathématiques modernes sur ces questions fondamentales, nous les comparerons aux opinions des 'philosophes' des mathématiques anciennes, et nous en tirerons quelques conclusions.

Donc, quand nous parlons, tout au long des textes qui suivent, de 'mathématiques' et de 'mathématiciens' anciens ou modernes, il est évident que nous visons la 'philosophie' du système et non pas sa technique. Bref, nous avons adopté l'attitude du métaphysicien et non celle du mathématicien, à l'égard des mathématiques, puisque la critique de ces sciences relève, comme on le sait, de la métaphysique.