C-315-08452-9

National Library of Canada
Canadian Theses Division
Ottawa, Canada
K1A 0N4

Bibliothèque nationale du Canada
Division des thèses canadiennes

56371

307

PERMISSION TO MICROFILM — AUTORISATION DE MICROFILMER

• Please print or type — Écrire en lettres moulées ou dactylographier

Full Name of Author — Nom complet de l'auteur

BRUNET, LOUIS

Date of Birth — Date de naissance	Country of Birth — Lieu de naissance
9 JANV. 1955	QUEBEC

Permanent Address — Résidence fixe

752 EMILE-CÔTE APP. 7
STE-FOY, P.Q.
G1V 2N1

Title of Thesis — Titre de la thèse

ORIGINES ET ORIGINALITE DE LA LOGIQUE DE LEIBNIZ

University — Université

LAVAL

Degree for which thesis was presented — Grade pour lequel cette thèse fut présentée

DOCTORAT

Year this degree conferred — Année d'obtention de ce grade	Name of Supervisor — Nom du directeur de thèse
1981	YVAN PELLETIER

Date	Signature
24 février 1981	Louis Brunet

NL-91 (4/77)

FACULTE DE PHILOSOPHIE

THESE
PRESENTEE
A L'ECOLE DES GRADUES
DE L'UNIVERSITE LAVAL
POUR L'OBTENTION
DU GRADE DE PHILOSOPHIAE DOCTOR (Ph.D.)

PAR

© LOUIS BRUNET
MAITRE EN PHILOSOPHIE
DE L'UNIVERSITE LAVAL

ORIGINES ET ORIGINALITE DE LA LOGIQUE DE LEIBNIZ

FEVRIER 1981

RESUME

Cette thèse vise à bien faire ressortir la profonde originalité, par rapport à la tradition logique antérieure, de la logique de Leibniz et, à travers elle, de toute la logique de type mathématique ou symbolique inaugurée par les Modernes. La comparaison des enseignements de Leibniz avec ceux des logiciens de tradition aristotélicienne à propos des thèmes en apparence les plus traditionnels (syllogisme, démonstration, définition, énonciation, mot en logique) révèle de façon détaillée à quel point Leibniz s'écarte d'Aristote et avec quelle merveilleuse audace il engage la logique sur des voies nouvelles.

Les innovations introduites par Leibniz n'acquièrent cependant leur pleine intelligibilité qu'une fois connus les motifs qui les ont suscitées. Aussi avons-nous fait précéder la comparaison de l'ancien et du moderne d'une investigation des différentes origines de la logique leibnizienne. Parmi les éléments extérieurs au système leibnizien comme tel, les développements dans les mathématiques ou les arts du calcul survenus à cette époque ont exercé une influence prépondérante. On observe chez Leibniz un mathématisme qui l'oriente vers un nouvel idéal de rigueur scientifique inspiré des déductions telles qu'on les retrouve dans le calcul algébrique et ses divers prolongements. La mathématisation de la physique, amorcée depuis peu, propose un nouveau modèle de la connaissance scientifique et suggère la recherche d'un nouvel organon logique. Cette recherche du nouveau est d'ailleurs fortement encouragée par la mentalité générale des premiers philosophes modernes.

La logique leibnizienne tire également ses origines d'éléments intrinsèques au système leibnizien. Les enseignements de Leibniz sur le déroulement des opérations de l'esprit ainsi que sur la nature de la vérité et de l'être et son unité ne relèvent pas nécessairement de la logique comme telle, mais constituent des présupposés aux enseignements les plus proprement logiques du philosophe de Hanovre.

Non pas bien sûr que Leibniz lui-même n'ait souvent développé ses opinions sur ces sujets sous l'influence d'idées qu'il avait déjà antérieurement sur la logique, mais il fallait de toutes façons révéler la cohérence logico-métaphysique du système leibnizien. Ainsi par exemple, ce n'est qu'une fois conçue à la fois comme correspondance de la chose et de l'intelligence, comme non contradiction et possibilité et comme identité que la vérité sur des êtres conçus comme complexes de monades pourra se dévoiler à l'intelligence logico-mathématisée.

TABLE DES MATIERES

Je pose ... qu'on doit coordonner les deux doctrines, et où s'arrête l'ancienne, introduire la nouvelle.
Leibniz, *Lettre à Conring.*

Adultus Aristotelem non perfunctorie inspexi.
Leibniz, Phil., VII, 149.

Avertissement:

Nous n'avons ni corrigé ni indiqué les fautes dans les citations latines de Leibniz. Nous avons cependant modernisé l'orthographe des citations françaises, sauf en ce qui a trait à la ponctuation.

Nous avons, chaque fois que possible, indiqué le titre spécifique de l'ouvrage de Leibniz cité. Lorsqu'il n'apparaît pas de titre devant la mention de l'édition et de la page, en référence, c'est qu'il s'agit de citations d'extraits auxquels Leibniz n'a pas donné de titre.

Nous avons choisi de faire les renvois à l'édition de Erdmann de préférence, en raison de son format plus commode.

INTRODUCTION

> We have to go to ... Leibniz to see the genesis and growth of those ideas which today have become materialized into axiomatic points of view and into hard-and-fast categories of thought.
>
> John Dewey

Le XVIIe siècle s'impose comme un moment crucial de l'histoire de la logique, ne serait-ce que parce qu'il a produit Leibniz, personnage certes des plus marquants dans cette histoire. Avec ce philosophe, en qui l'on reconnaît généralement l'initiateur de la logique mathématique (ou symbolique) moderne, la rupture avec la tradition logique aristotélicienne et scolastique est déjà consommée. En dépit de certaines apparences de continuité, sur lesquelles les auteurs semblent d'habitude se plaire à insister, on trouve déjà chez Leibniz une logique véritablement révolutionnée. C'est du moins la thèse que nous entendons soutenir ici.

Nous ne voulons aucunement déprécier les travaux actuels d'histoire de la logique dans leur estimation du rôle joué par Leibniz: on y signale généralement de façon très suffisante l'inachèvement et les faiblesses de certaines idées de celui-ci par rapport aux théories logiques contemporaines, bien éloignées en leur maturité de l'embryon conçu par Leibniz. C'est sans doute là le plus important pour mesurer tout le développement auquel la logique moderne a déjà donné lieu. Cependant, croyons-nous, la comparaison de Leibniz avec la tradition logique qui l'a précédé n'a pas encore été menée de manière assez approfondie. Pourtant, c'est par ce moyen que l'on pourrait le plus nettement se représenter l'originalité prodigieuse que comporte

dans son ensemble tout le phénomène de la nouvelle logique. Bien sûr, cette comparaison, faite exhaustivement, constitue une tâche immense et déborde les cadres modestes d'une thèse de doctorat. Toutefois, un exposé de l'enseignement de Leibniz à propos de problèmes logiques particuliers, mais fondamentaux, choisis parmi ceux qui prêtent le mieux à comparaison avec la doctrine aristotélicienne, sera l'occasion de se former une idée assez précise de la profondeur de la rupture déjà opérée chez Leibniz ainsi que de l'originalité dont ce pionnier a fait preuve, même à l'intérieur de thèmes en apparence parfaitement traditionnels.

Néanmoins, quelques précautions s'imposent. Ainsi, pour habiliter le lecteur à voir dans leur contexte les propos logiques de Leibniz et à comprendre ce qui a incité celui-ci à imaginer leur nouveauté, nous devrons d'abord dégager quels facteurs historiques l'ont principalement influencé dans l'élaboration de sa logique. En cela, notre attention ira surtout aux progrès des mathématiques et des arts du calcul. En outre, il serait difficile de saisir convenablement les enseignements proprement logiques de Leibniz sans d'abord consacrer quelque réflexion à sa conception propre de certaines questions de fond qui, sans relever strictement de la logique, déterminent dans une très large mesure la conception qu'il s'en fait. Ainsi serons-nous amené à considérer les opinions de Leibniz sur le mode de connaître propre à l'intelligence humaine et sur la nature de la vérité. C'est seulement alors que nous pourrons de façon intelligible dégager les principes fondamentaux de la logique leibnizienne: sa nature, son sujet et sa méthode, et que nous pourrons valablement entreprendre la comparaison de quelques-uns des enseignements particuliers de cette logique avec les enseignements correspondants de la tradition logique d'inspiration aristotélicienne qui régnait avant elle.

Le lecteur verra alors de lui-même toute la clarté, la lumière nouvelle que cet ordre de présentation des points fondamentaux de la logique de Leibniz jette sur l'originalité de l'apport logique proprement leibnizien et par suite sur la hardiesse véritable qui marque la nouvelle logique développée dans la voie ouverte par Leibniz.

PARTIE I

LES ORIGINES DE LA LOGIQUE DE LEIBNIZ

Leibniz est un innovateur. En logique comme dans les autres disciplines philosophiques, il se dégage, il s'écarte même de ses devanciers. Il le fait à un point qu'on saurait difficilement surestimer. Pourtant, comme tout innovateur, il ne crée pas à partir de rien. La tradition antérieure présente des connaissances et des habitudes, autour de lui se dessinaient des mouvements et des tendances qui ont préparé de façon très prochaine les nouveautés qu'il a introduites en logique. Sans rendre Leibniz nécessaire, ces facteurs l'ont tout de même rendu possible et, partant, leur connaissance ne peut être que d'un grand profit pour comprendre Leibniz et appréhender la portée exacte de sa philosophie et de sa logique.

Nous allons donc consacrer une première partie de cette thèse à rechercher les principales circonstances de découvertes et de moeurs intellectuelles qui ont orienté le génie de Leibniz dans l'élaboration de sa logique. En se familiarisant peu à peu avec le milieu où elle a été engendrée, le lecteur pourra comme voir venir au monde cette première-née des logiques mathématiques.

Chapitre I

La philosophie ancienne et scolastique

Très jeune encore, d'abord par ses lectures dans la bibliothèque paternelle, puis par l'enseignement reçu à l'école, Leibniz est entré en contact avec la philosophie scolastique inspirée d'Aristote. Il eut ainsi l'occasion d'acquérir une certaine connaissance de la *logique de l'École*. La question est de savoir dans quelle mesure l'oeuvre de Leibniz, en logique surtout, est le fruit de ces premières semences jetées en son intelligence. Trouve-t-on en lui un philosophe profondément enraciné dans la tradition philosophique issue de Platon et d'Aristote? Prêtait-il beaucoup d'autorité aux grands représentants de cette tradition? Il pourrait sembler que oui:

> Leibniz non poteva non attribuire importanza a quella logica che insieme con l'antica filosofia rimaneva tenace negli studi del tempo e nella pratica dell'insegnamento. (1)

---

1. Gallo Galli, *Studi sulla filosofia di Leibniz*, Cedam, Padova, 1947, p. 43. Trad.: *Leibniz ne pouvait pas ne pas attribuer d'importance à cette logique qui avec l'ancienne philosophie demeurait tenace dans les études du temps et dans la pratique de l'enseignement.* Cf. aussi Bertrand Russell, *A History of Western Philosophy*, Simon and Schuster, New York, 1954, p. 582: *In Germany Leibniz had been taught a neo-scholastic Aristotelian philosophy, of which he retained something throughout his later life.*

A voir les assez nombreuses citations d'Aristote ou de certains scolastiques dont sont parsemés ses écrits, il semblerait bien que les lectures et l'enseignement reçu par le jeune Leibniz ne sont pas restés lettre morte. Bien plus, les logiciens contemporains sont quasi unanimes à reconnaître et même à déplorer cette influence de la tradition aristotélicienne. Leur admiration pour le père de la nouvelle logique est pour ainsi dire mitigée: des scories aristotéliciennes ternissent un peu l'image du maître. Ils constatent en effet, comme à regret, que Leibniz n'a pas suffisamment réussi à sortir de l'*ornière de la tradition* (2). Pour Couturat et bien d'autres, certains aspects de la logique de Leibniz, certains points de vue adoptés par lui paraissent ne pouvoir s'expliquer que par *un respect excessif* et d'ailleurs *presque inconscient* pour la tradition scolastique et pour l'autorité d'Aristote. (3) Voici comment, surtout, cette influence *néfaste* d'Aristote se traduit à leurs yeux: Leibniz reste *confiné dans le domaine de la Logique classique elle-même (de la théorie du syllogisme)* (4). En effet, il se limite à ne considérer, *de toutes les relations qu'on peut concevoir entre les idées*, que *la relation d'inclusion (la relation d'égalité pouvant se définir au moyen de celle-là)* (5). De plus, parmi les idées elles-mêmes, *il ne comprend que les concepts génériques ou concepts de classe (idées générales et abstraites)* (6). La logique de Leibniz reste donc confinée *à l'étude des jugements de prédication, qui consistent à attribuer un prédicat à un sujet* (7). Pour le dire d'une autre façon, *elle n'étudie que les propositions dont la copule est le verbe être, et elle n'admet comme termes de ces propositions que des concepts*

---

2. Louis Couturat, *La logique de Leibniz*, Olms Verlagbuchhandlung, Hildesheim, 1969 (réimpression en fac-simile de l'édition de 1901), p. 434. Nous indiquerons désormais par l'abréviation CL les renvois à cet ouvrage.
3. CL, p. 438.
4. CL, p. 432.
5. *Ibid.*
6. *Ibid.*
7. CL, pp. 432-433.

simplement juxtaposés (8). Bref, Leibniz, quoiqu'il ait eu *tous les éléments, ou du moins, les matériaux d'une logique infiniment plus vaste et plus compréhensive que la Logique classique, les a systématiquement négligés, ou plutôt, il les a exclus de la Logique pure et les a renvoyés à la grammaire, ce qui privait la Logique de sa matière propre et de son plus riche contenu* (9). Il a préféré exclure de la logique pure toutes les opérations intellectuelles qui dépassaient les principes et les bornes fixés par Aristote dans sa théorie du syllogisme. (10)

Cette influence se ferait également sentir à propos de points plus particuliers, comme celui de la préférence de Leibniz envers le point de vue de la compréhension sur celui de l'extension, pourtant plus conforme à ses principes logiques et à son génie mathématique. (11) Couturat explique cette *anomalie* ici encore par un respect excessif pour l'autorité d'Aristote (12).

Ne devait-on d'ailleurs pas s'attendre à ce qu'un philosophe qui comme Leibniz ne professait pas ouvertement le mépris de l'Antiquité si caractéristique de Descartes, de Malebranche, de Bacon, de Hobbes et de Locke (13), subisse semblable influence? Il semble bien, en effet, que contrairement à ces

---

8. CL, p. 433.
9. CL, p. 437.
10. *Ibid.* Cf. aussi Philip E.B. Jourdain, *The Logical Work of Leibniz*, dans *The Monist*, 26, 1916, pp. 518-519: *Even if Leibniz had succeeded in building up an algebra of classical logic, the logic of relations would still have remained outside. Leibniz was conscious of this and with him are to be found the first attempts at such a logic, but he did not go far, owing, it would seem, to an excessive respect for the authority of Aristotle.*
11. CL, p. 437.
12. Signalons que certains ont expliqué cette préférence de Leibniz par l'influence de sa métaphysique, de sa théorie de la substance en particulier. Cf. C. Piat, *Leibniz*, Félix-Alcan, Paris, 1915, p. 91.
13. Cf. C.D. Broad, *Leibniz - An Introduction*, Ed. Lewy, Cambridge University Press, Cambridge, 1975, p. 3; Galli Gallo, *Studi sulla filosofia di Leibniz*, Cedam, Padovia, 1947, pp. 43-44; et Joseph Moreau, *Leibniz et la philosophie antique*, dans Centre international de synthèse, *Leibniz, aspects de l'homme et de l'oeuvre, 1646-1716*, Aubier-Montaigne, Paris, 1968, p. 179.

derniers, Leibniz will ... *nicht mit der ganzen philosophischen Ueberlieferung brechen und ganz von vorne anfangen* (14). N'affirme-t-il pas souvent vouer aux anciens le plus grand respect et admirer leurs découvertes?

> Je tiens que l'invention de la forme des syllogismes est une des plus belles de l'esprit humain, et même des plus considérables. (15)
>
> Je dois également reconnaître par respect de la vérité et pour rendre justice à ceux qui le méritent, que j'ai trouvé beaucoup de choses bonnes et utiles dans la logique traditionnelle. (16)

Il semble donc clair que *l'emprise d'Aristote sur la pensée de Leibniz fut très forte en Logique* (17).

Cependant, à y regarder d'un peu plus près, on découvre chez Leibniz une intelligence qui ne se prête guère, de par sa nature même, à une telle influence. Toute faite d'imagination, d'esprit créateur, elle se tourne spontanément vers l'innovation. Aussi n'écoute-t-elle pas volontiers. Si par-

---

14. Eduard Zeller, *Geschichte der Wissenschaften in Deutschland, Bd 13, Geschichte der deutschen Philosophie*, Oldenbourg, München, 1873 (Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1965), p. 91. Trad.: ... *ne va pas rompre avec toute la tradition philosophique et tout recommencer du début.*

15. Leibniz, *Nouveaux Essais sur l'entendement humain*, IV, 17, # 4 (nous indiquerons désormais les renvois à cet ouvrage par l'abréviation *Nouv. Ess.*), dans *Opera philosophica*, J.E. Erdmann, 1840 (Faksimiledruck Anton Hain K.G., Meisenheim/Glan, 1959), p. 395. Nous indiquerons désormais par l'abréviation Erd. les renvois à cette édition des oeuvres de Leibniz.

16. *Idem*, *Lettre à Gabriel Wagner*, dans *Die Philosophischen Schriften*, Hrsg von C.I. Gerhardt, Hildesheim, Olms, 1965 (réimpression en fac-simile de l'éd. de 1875; nous indiquerons désormais par l'abréviation Phil. les renvois à cette édition), VII, 576.

17. Joseph Maréchal, *Précis d'histoire de la philosophie moderne*, Desclée de Brouwer, Paris, 1961, t. I, p. 154.

fois elle paraît le faire, c'est généralement qu'elle crée quasiment ce qu'elle reçoit, tellement elle le transforme inconsciemment. Comme l'a souligné André Robinet, Leibniz est *trop original pour être dépendant* (18). Sa conscience est remplie de *forces permanentes de rupture et d'invention* (19):

> Er sucht einen neuen Weg auf, und was er von anderen aufnimmt, das muss er erst in seine eigenthümliche Gedankenform umschmelzen, ehe er davon Gebrauch machen kann. (20)

Cela vaudra bien sûr pour la logique. De sorte que même ceux qui sont portés à voir en la logique de Leibniz un approfondissement de la logique aristotélico-scolastique sont forcés de qualifier cet *approfondissement* de *rénovateur*, de *transfigurateur*, de *créatif* (21). Plusieurs ont d'ailleurs remarqué que Leibniz cite les anciens davantage par désir d'étaler son érudition que par besoin de leur autorité. Comme l'a signalé Rodier, l'abondance de citations chez Leibniz tient à ce qu'il *étale volontiers sa prodigieuse érudition et cite, à chaque instant, les penseurs même obscurs dont les vues peuvent confirmer les siennes* (22).

---

18. André Robinet, *Malebranche et Leibniz - relations personnelles*, J. Vrin, Paris, 1955, p. 16.

19. *Ibid.*, p. 15.

20. Zeller, p. 91. Trad.: *Il (Leibniz) recherche une nouvelle voie, et ce qu'il tire des autres, il doit d'abord le refondre en sa propre forme de pensée, avant qu'il puisse en faire usage.*

21. Cf. Gallo, p. 44: *Ma quello che importa notare non è tanto il permanere in Leibniz dell'esigenza logica aristotelico-scolastica, quanto l'approfondimento rinnovatore e trasfiguratore, o creativa insieme che conservativo, che egli ne fece.* Trad.: *Mais ce qu'il importe de noter, ce n'est pas tant le fait de la permanence chez Leibniz de l'exigence logique aristotélico-scolastique que l'approfondissement rénovateur et transfigurateur, ou créatif en même temps que conservateur, qu'il y accomplit.*

22. Gustave Rodier, *Sur une des origines de la philosophie de Leibniz*, dans *Revue de Métaphysique et de Morale*, t. 10, 1902 (Johnson Reprint Co., 1965), p. 563.

On a aussi été frappé de la variété de ses sources: il ne se rattache, ne se sent lié, ne se veut fidèle à aucune école, à aucun système déterminé. *Er hat auch nie einer Schule angehört.* (23) On connaît son célèbre: *Je ne méprise presque rien.* (24) Sa *tolérance* semble s'étendre non seulement aux personnes, mais jusqu'aux opinions considérées en elles-mêmes. Véritable champion de la diplomatie philosophique, il tâche de réconcilier tous les systèmes, même ceux qu'on jugerait les plus irréductibles les uns aux autres.

> J'ai tâché de déterrer et de réunir la vérité ensevelie et dissipée sous les opinions des différentes sectes des Philosophes. (25)

Leibniz va même jusqu'à affirmer *que la plupart des Sectes ont raison dans une bonne partie de ce qu'elles avancent, mais non pas tant en ce qu'elles nient* (26). Pour cela on a souvent voulu trouver en Leibniz un esprit éclectique. Nourisson l'a même baptisé *le père de l'éclectisme moderne* (27). *He was extremely eclectic* (28), note de même C.D. Broad.

Mais cela, croyons-nous, ne rend pas encore suffisamment justice à Leibniz et à sa profonde soif d'originalité. Un éclectique véritable, en effet, ne vise pas à établir un système entièrement nouveau. Il préfère emprunter à chaque devancier, comme le prescrivait Potamon d'Alexandrie, ses thèses les plus valables, dans la mesure où il arrive à les concilier. On peut diffi-

23. Zeller, p. 91. Trad.: *De plus, il n'a jamais appartenu à une Ecole.*
24. Cf. *Lettres à un ami en France*, Erd. 699: *Je ne méprise rien facilement, excepté les Arts divinatoires.*
25. *Lettre à Remond de Montmort*, Erd. 701.
26. *Ibid.* 702.
27. M. Nourisson, *La philosophie de Leibniz*, Hachette, Paris, 1860, p. 92.
28. Broad, p. 3. Cf. aussi Jacques Chevalier, *Histoire de la pensée*, Flammarion, Paris, 1955, t. 3, p. 366 et p. 368, qui parle du *profond éclecticisme dont s'inspire Leibniz.*

cilement reconnaître Leibniz en ce procédé. Ce qui domine chez lui plutôt, c'est justement la volonté d'un système nouveau; il n'emprunte aux anciens que des éléments, ou même bien souvent que des mots (29). La propension la plus naturelle à son esprit, ira-t-on jusqu'à affirmer, c'est *de ne saisir la pensée d'autrui que pour se retrouver en elle* (30). Un auteur ancien ne remplit jamais que *la fonction d'un catalyseur grâce auquel la réflexion leibnizienne se cristallise et dépasse dans son élan créateur ses modèles immédiats* (31). Leibniz *adopte (les concepts de la philosophie grecque) comme moyens directs d'expression de sa pensée, dont ils deviennent les éléments intégrants, ajustés à ses propres conceptions* (32).

L'examen de la manière et des raisons de son respect pour tel ou tel philosophe atteste qu'il en est bien ainsi. Par exemple, il admire Aristote *d'avoir été le premier qui ait écrit mathématiquement en dehors des mathématiques* (33) et qualifie l'invention de la forme des syllogismes de *mathématique universelle* (34). Le moins qu'on puisse dire, c'est que Leibniz prête à Aristote des intentions qui répugneraient à celui-ci. En effet, Aristote voit le savoir humain comme divisé par nature en disciplines distinctes, dont chacune commande son mode propre de procéder (τρόπος ἐπιστήμης); il précise même que le mode mathématique ne conviendrait pas en toute matière:

> Δεῖ πεπαιδεῦσθαι πῶς ἕκαστα ἀποδεκτέον, ὡς ἄτοπον ἅμα ζητεῖν

29. Cf. John Earman, *Infinities, Infinitesimals, and Indivisibles: The Leibnizian Labyrinth*, dans *Studia Leibnitiana*, VII, 2, 1975, p. 236: *Leibniz borrowed heavily (to the ancients) and from literally everyone then thought to be worth reading on the subject. And yet, what emerges from his writings are distinctively Leibnizian doctrines.* C'est nous qui soulignons.
30. George Friedmann, *Leibniz and Spinoza*, nrf Gallimard, Paris, 1962, p. 193.
31. Herbert H. Knecht, *Leibniz et Euclide*, dans *Studia Leibnitiana*, VI, 1, 1974, p. 143.
32. Moreau, p. 183.
33. (Sans titre), Phil., VII, 519.
34. *Nouv. Ess.*, IV, 17, #4. Erd. 395.

ἐπιστήμην καὶ τρόπον ἐπιστήμης ... τὴν δ' ἀκριβολογίαν τὴν μαθηματικὴν οὐκ ἐν ἅπασιν ἀπαιτητέον. (35)

C'est donc dire que l'idée d'une mathématique universelle, avec comme implication la négation d'un mode propre à chacue science, aurait fort déplu à Aristote.

Quant à l'admiration de Leibniz pour la scolastique, elle ne dépasse guère celle d'un prospecteur face à un mince filon d'or à extraire d'un tas de scories:

> Cependant il faut rendre cette justice aux scolastiques plus profonds, comme Suarez ... de reconnaître qu'il y a quelquefois chez eux des discussions considérables...; en un mot, il faut avouer qu'il y a encore de l'or dans ces scories, mais il n'y a que des personnes éclairées qui en puissent profiter. (36)

Et bien souvent, cette admiration est orientée vers ceux qui ne la représentent pas le plus fidèlement, vers des originaux qui se situent plutôt en marge de la tradition. Citons à titre d'exemple:

> Parmi les Scolastiques il y eut un certain D. Jean Suisset appelé le Calculateur, dont je n'ai encore pu trouver les ouvrages, n'ayant vu que ceux de quelques sectateurs qu'il avait. Ce Suisset a commencé de faire le Mathématicien dans la Scolastique, mais peu de gens l'ont imité, parce qu'il aurait fallu quitter la méthode des disputes pour celle des comptes et raisonnements. (37)

---

35. Aristote, *Métaphysique*, α, 3, 995 a 13. Trad.: *Il faut être instruit de la manière dont chaque chose peut être démontrée, car il est absurde de chercher en même temps la science et le mode de la science ... la rigueur mathématique ne doit pas être recherchée en toutes choses.*

36. *Nouv. Ess.*, IV, 8, # 5. Erd. 371.

37. *Projet d'un art d'inventer*, Phil., VI, 12, e 10 v., dans *Opuscules et fragments inédits*, extraits des manuscrits par Louis Couturat, Félix-Alcan, Paris, 1903. Toutes les références où le numéro de page sera suivi d'une minuscule (ex.: Phil., VI, 12, e 10) seront tirées de cette édition.

On pourrait également évoquer ici les noms de Lulle, avec son *Ars Magna*, et de Kircher, dont les projets, sinon les réalisations, ont influencé Leibniz. Ainsi, Leibniz semble tirer de Lulle ou du moins retrouver en lui ses propres idées à l'effet que toute proposition se résume à une combinaison et que la logique de l'invention consiste dans la recherche de toutes les combinaisons possibles.

> Propositio componitur ex subjecto et praedicato, omnes igitur propositiones sunt com2nationes (38). Logicae igitur inventivae propositionum est hoc problema solvere: 1. dato subjecto praedicata, 2. dato praedicato subjecta invenire utraque tum affirmative tum negative. Videt hoc Raym. Lullius Kabbalae Tr. 1, c. 1 fig 1 p 46 et ubi priora repetit pag. 239 Artis Magnae. (39)

Mais Leibniz demeure cependant très insatisfait du détail de ce qu'a fait Lulle:

> Verum in terminis Lullianis multa desidero. Nam tota ejus methodus dirigitur ad artem potius ex tempore disserendi, quam plenam de re data scientiam consequendi... Numerum terminorum determinavit pro arbitrio. (40)

Il en juge un peu de même de ceux qui, comme Athanase Kircher ou Joachim Becher, se sont efforcés de constituer une langue universelle éventuellement composée de nombres. Il demeure sympathique à l'idée qu'il faut une langue universelle et un art rigoureux des combinaisons à partir de quelques termes premiers (41), mais se dit insatisfait des réalisations de détail.

---

38. *Sic*, pour ~~*combinationes*~~.

39. *II De Arte Combinatoria*, Erd. 21.

40. *Ibid.*, Erd. 22.

41. Cf. *Ibid.*, Erd. 27.

C'est même en cette insatisfaction que réside le trait dominant de son attitude vis-à-vis des anciens, surtout quant à la logique, où il considère trouver très peu de la logique comme elle devrait être.

> Je dois reconnaître, il est vrai, que, jusqu'à présent, toutes nos logiques sont à peine une ombre de ce que je souhaite qu'elles soient, et que, en quelque sorte, j'entrevois de loin; mais je dois également reconnaître par respect de la vérité et pour rendre justice à ceux qui le méritent, que j'ai trouvé aussi beaucoup de choses bonnes et utiles dans la logique traditionnelle. (42)

Si on ajoute à cela que ce qu'il dit s'y trouver de bon ne s'y trouve ordinairement pas vraiment, sauf quant aux mots, c'est-à-dire parce qu'en quelque sorte Leibniz fait dire aux anciens ce qu'il veut, on aura de quoi pondérer sérieusement l'influence de ces derniers sur Leibniz. Si l'on nous permet le paradoxe, il serait presque plus juste de dire que c'est Leibniz qui *influence* les anciens. En effet, il en transforme profondément les doctrines et en définitive tire principalement de lui-même cela même qu'il croit emprunter ou fait mine de tirer des anciens.

> En se dilatant jusqu'à envelopper (les opinions diverses), (la pensée de Leibniz) les ramène à elle plus qu'elle ne s'enrichit d'(elles). (43)

> Par une étonnante subtilité de son esprit, ... (Leibniz) faisait siennes les opinions d'autrui, décidé à parfaire leur caractère limité dans la mesure où il les comprendrait mieux. (44)

En somme, les anciens jouent pour Leibniz un peu le rôle que lui-même prête aux sens dans la vie intellectuelle: ils sont pour lui l'*occasion* de penser

42. *Lettre à Gabriel Wagner*, Phil., VII, 516.
43. Maréchal, *Précis d'histoire*..., t. I, p. 154.
44. Maurice Blondel, *Le lien substantiel et la substance composée d'après Leibniz*, trad. du texte latin de 1893 par Claude Troisfontaines, Nauwelaerts, Louvain, 1972, p. 159.

sa propre pensée, tirée de son propre fond.

> Un génie comme Leibniz n'attend pas d'autrui une invention, mais détient ses vérités en lui-même. *Il n'attend qu'une sollicitation pour développer ses virtualités*, il rencontre des textes et s'exprime. (45)

Il ne faudrait cependant pas aller jusqu'à nier toute influence. Les logiciens contemporains ont parfaitement raison de constater des *limitations* chez Leibniz quant aux conséquences de ses principes et d'en voir la cause dans des enseignements et façons de faire héritées de la scolastique.

Ce rattachement à des cadres si éloignés de ses principes présente quelque chose d'étonnant au premier abord. Mais réflexion faite, à considérer les liens de toute nature qui freinent et retiennent inévitablement un novateur dans ses efforts de passer à un monde intellectuel nouveau, le contraire serait plutôt étonnant. Car dans l'histoire des idées, les choses vont ordinairement de façon graduelle, progressive. Philosophe de transition, Leibniz ne peut échapper complètement aux tensions et déchirements issus d'habitudes de pensée inconsciemment héritées du passé et qui s'avéreront, aux yeux des générations futures, peu compatibles avec les nouveaux principes qu'il vient lui-même d'établir.

L'influence de la tradition philosophique sur Leibniz paraît donc tenir principalement à ceci: elle créait un cadre intellectuel (d'aucuns diraient: un carcan) dont il était difficile de se libérer tout d'un coup, quelque novateur que l'on fût. L'esprit qui y naissait et s'y voyait éduqué demeurait inévitablement tributaire d'un certain vocabulaire et d'une certaine façon de poser les problèmes.

45. Robinet, p. 13. C'est nous qui soulignons.

> Auch der schöpferische Mensch lebt in seiner Zeit und ist deren Fragestellungen verhaftet. (46)

En plus de cette emprise directe de la tradition, il faut parler d'une influence indirecte, c'est-à-dire par réaction à certains de ses représentants; et cette influence est peut-être plus considérable encore. Leibniz se plaisait à citer le mot de Casaubon qui, à son guide l'invitant à admirer la Sorbonne en ces termes: *Voici un lieu où l'on a disputé durant tant de siècles*, répliqua: *Qu'y a-t-on conclu?* (47) Leibniz a même composé une satire piquante de ces disputes. (48) La stérilité des interminables disputes de maints philosophes scolastiques de son époque constituait, pour un esprit avide de certitude et de prétextes à l'introduction de nouveautés, une source importante d'insatisfaction. L'infécondité évidente, aux yeux de Leibniz, de ces disputes était de nature à suggérer l'idée que la logique employée par ces philosophes était inefficace et donnait le goût de trouver du neuf. D'autant plus (à condition de laisser sous silence la distinction entre la forme logique d'une argumentation et sa formulation verbale extérieure) que l'usage, dans les discussions, des formes traditionnelles de raisonnement paraît tout à fait ridicule.

> Il serait ridicule sans doute de vouloir argumenter à la scolastique dans les délibérations importantes, à cause des prolixités importunes de cette forme de raisonnement et parce que c'est comme compter aux doigts. (49)

46. J.E. Hofmann, *Über frühe mathematische Studien von G.W. Leibniz*, dans *Studia Leibnitiana*, II, 2, 1970, p. 110. Trad.: *Même l'homme créateur vit dans son temps et est lié à ses thèses.*
47. *Nouv. Ess.*, IV, 7, # 11. Erd. 365.
48. Cf. Phil., V, 6, f. 17 et Phil., VII, 188.
49. *Nouv. Ess.* IV, 17, # 4. Erd. 396.

Chapitre II

Les mathématiques

Lorsqu'un homme qualifie la doctrine du syllogisme de *Mathématique universelle* et qu'on reconnaît en lui l'initiateur d'une logique dite *mathématique*, il ne fait aucun doute qu'il aborde la logique avec un esprit fortement influencé et imprégné par les mathématiques. Les commentateurs de Leibniz n'ont pas manqué de le souligner: ce sont *les Mathématiques qui ont inspiré toute la Logique de Leibniz et lui ont servi de modèle* (50). *Leibniz hat aus dem Geiste und mit den Mitteln der Mathematik eine grundlegende Reform der Logik versucht* (51). Mais si le fait de cette influence n'est pas douteux, ses modalités exactes sont plus délicates à établir.

50. CL, p. 283.
51. Wilhelm Risse, *Zur Klassifizierung der Urteile und Schlüsse durch Leibniz*, dans *Studia Leibnitiana*, I, 1, 1969, p. 23. Trad.: *... a recherché une réforme fondamentale de la logique selon l'esprit et au moyen de la mathématique.*

A. Le mathématisme.

On observe bien sûr chez Leibniz des traits qu'il partage avec la plupart des grands esprits de son époque comme attitude générale à l'égard des mathématiques. Le dix-septième siècle, on le sait, s'inscrit comme une période extraordinaire de création mathématique. On y étudie attentivement les anciens (Euclide, Appolonius, Pappus, Diophante, etc), mais on consacre aussi beaucoup d'efforts à des inventions et découvertes nouvelles. Plusieurs grands esprits de ce siècle, tels Fermat, Bernouilli et Huygens, s'occupent principalement de mathématiques ou de physique et n'ont guère de prétentions philosophiques. D'autres au contraire s'occupent avant tout de philosophie et ne sont que d'assez piètres mathématiciens, tels Malebranche et Spinoza. Quelques-uns encore, réputés esprits universels, établissent leur renommée à la fois sur les mathématiques et sur la philosophie. Mais qu'ils se situent dans la deuxième ou, comme Descartes et Leibniz, dans la troisième catégorie, les philosophes de cette époque ont à peu près tous en commun certaines idées, certaines habitudes de pensée issues des mathématiques et renforcées par leur fréquentation assidue. Avides de clarté et de certitude, à l'affût d'un rempart contre le scepticisme, ils ne se bornent pas à admirer le mode rigoureux des mathématiques et à en privilégier l'usage dans leur vie intellectuelle, quitte à délaisser l'étude de matières plus contingentes, inaptes à pareille détermination. Ils voient plus grand! On sait ce que les *longues chaînes de raisons ... dont les géomètres ont coutume de se servir* ont donné à Descartes occasion de *s'imaginer: que toutes les choses qui peuvent tomber sous la connaissance des hommes s'entresuivent en même façon* (52). Dans son sillage, Spinoza ne voit aucune difficulté, en dépit de l'extrême variabilité de la matière morale, à proposer un traité d'éthique *more geometrico demonstrata*.

52. René Descartes, *Discours de la Méthode*, 2e partie.

Leibniz n'a bien sûr pas échappé à cette vague de mathématisme.

> Le rêve de la mathématisation du savoir humain tout entier, rêve commun des esprits du XVIIe siècle, exerça son emprise sur Leibniz d'autant plus facilement qu'il était lui-même mathématicien. (53)

Cette mentalité mathématisante a gagné Leibniz dès sa jeunesse, alors même qu'il ne possédait encore qu'une connaissance très imparfaite des mathématiques.

> Les premiers essais de Leibniz montrent ... qu'il s'efforçait de faire régner dans toutes les sciences, même morales et pratiques, la clarté logique et la force démonstrative dont l'idéal était déjà incarné à ses yeux dans les Mathématiques, bien qu'il ne les connût que très imparfaitement, et qu'il n'eût pas encore été charmé, selon son expression, par ces Sirènes. (54)

> Er hatte jedoch aus den Urteilen in der Vielzahl der philosophischen und logischen Werke, die er schon als Schüler und dann als Student gelesen hatte, den Eindruck gewonnen, daß die mathematische *Methode* von größter wissenschaftlicher Bedeutung sei. (55)

53. Stanislaw Chichowicz, *Sur quelques démarches de Leibniz*, trad. du polonais par Hanna Rosnerova, dans *Studia Leibnitiana*, III, 2, 1971, p. 150.
54. CL, p. 122.
55. Hofmann, pp. 81-82. Trad.: *Il avait cependant retiré des jugements présents dans la plupart des travaux philosophiques et logiques qu'il avait déjà lus comme écolier et comme étudiant l'impression que la Méthode mathématique était de la plus grande importance scientifique.*

B. Un nouvel idéal de rigueur scientifique.

Si cette rentalité n'est en rien propre à Leibniz, qui l'a héritée de ses prédécesseurs immédiats, elle prend cependant chez lui une tournure toute particulière. Car dans quel domaine des mathématiques la plupart des grands esprits du dix-septième siècle voyaient-ils le modèle de la rigueur scientifique dont ils étaient désireux de pourvoir tous les domaines du savoir? Dans la géométrie euclidienne bien sûr, ou plus généralement dans ce qu'on pourrait appeler *le domaine de la mathématique grecque* (56). Mais qu'en est-il de Leibniz à ce propos? Partage-t-il l'admiration de ses contemporains pour la géométrie euclidienne? Est-ce bien en elle qu'il croit apercevoir le modèle du savoir prétendûment utilisable en toute matière? On a remarqué qu'il *professe à l'égard d'Euclide une admiration sans bornes* (57). Lui-même nous fait part de son *souhait* de voir les vérités générales de métaphysique *établies avec cette rigueur dont Euclide s'est servi en Géométrie* (58). Il *remarque* que *les géomètres* ont été très *heureux dans leurs raisonnements*, alors qu'au contraire *nous nous trompons si aisément hors des Mathématiques* (59).

Pourtant, l'éclat dont brille aux yeux de Leibniz la géométrie n'est qu'un pâle reflet comparé à celui de la *science des nombres*, par quoi il faut entendre surtout les calculs arithmétiques et algébriques ainsi que ce qui en procède.

---

56. Yvon Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, nrf Gallimard, Paris, 1978, p. 135. Belaval affirme que *quant à son contenu, la mathématique cartésienne ne dépasse pas le domaine de la mathématique grecque*. Ce point de vue est cependant très discutable.
57. Herbert H. Knecht, *Leibniz et Euclide*, dans *Stud. Leib.*, VI, 1, 1974, p. 133.
58. *Lettre à Nicolas Malebranche*, Phil., I, 337.
59. *Projet d'un art d'inventer*, Phil., VI, 12 e.

Das erste und sichere Analogon für die allgemeine Konzeption der *Scientia generalis* sieht Leibniz in der Wissenschaft der Zahlen vorsich. (60)

Si donc Leibniz prétend parfois trouver en géométrie le modèle de la science, il réfère alors à une géométrie *revue et corrigée*, procédant d'une conception de cette science et de son mode déjà très moderne, ou du moins très différente de celle d'Euclide et des géomètres traditionnels. Nous nous y arrêterons plus en détail un peu plus loin; on peut cependant déjà anticiper pour le calcul quelque rôle déterminant dans ce mode nouveau.

Mais en quoi consiste cette rigueur du calcul qui a tant impressionné Leibniz? Quel *mode de pensée* (61) comporte-t-il? Un examen attentif du calcul arithmétique, dont le développement était prérequis à celui de l'algèbre, peut apporter d'importants éléments de réponse à ces questions.

Il ne sera pas inutile ici de rappeler certaines notions certes relativement faciles et évidentes pour nous modernes, mais extrêmement fondamentales. Dans sa forme élémentaire, le calcul se veut une opération qui fait connaître le *combien*, la quantité discrète des choses. Le résultat visé peut se présenter comme une somme; une différence, un produit ou un quotient. On a vite expérimenté la difficulté de ces opérations sur des grandes quantités et on a cherché quels instruments pourraient les faciliter. Les premiers imaginés furent des objets matériels très concrets, tels des cailloux ou les boules d'un boulier. Par la suite, l'introduction de caractères écrits et d'un système positionnel de numérotation (les chiffres arabes) a grandement perfectionné le procédé. Les progrès effectués tiennent à l'utilisation d'une

---

60. Ernst Cassirer, *Das Erkenntnis problem*, Bruno Cassirer, Berlin, 1906-10, t. II, p. 141. Cf. aussi Belaval, *Leibniz critique de Descartes*, pp. 200-201 et J.E. Hofmann, *Über frühe mathematische Studien von G.W. Leibniz*, dans *Stud. Leibn.*, II, 2, 1970, p. 82. Trad.: *Le premier et le plus sûr analogue pour la conception de la Scientia generalis, Leibniz l'anticipe dans la science des nombres.*
61. L'expression *mode de pensée* est empruntée à José Ortega y Gasset.

symbolisation adéquate. En effet, ces caractères écrits, nouveaux instruments du calcul, ne sont pas des mots, mais des symboles. Plutôt que de signifier les choses par l'intermédiaire d'une représentation que s'en forme l'intelligence, c'est-à-dire d'un concept, comme le font les mots, les symboles signifient directement les choses. Cela leur permet de signifier, de représenter des choses multiples n'ayant aucune unité véritable, pas même conceptuelle. Un peu à la façon d'une boîte, le symbole peut rassembler n'importe quoi.

> There must ... be a number that applies to the heterogeneous elements of a heap, or to a mere aggregate, a number which we use simply to express how many objects are there. This type of number arises in the act of sheer counting... Whatever unity such a number may have is provided by the operations of addition, multiplication, subtraction and division. Hence, its unity is in no way based on the nature of the things which are added, multiplied, subtracted or divided. (62)

C'est ainsi que le chiffre 9, par exemple, représente neuf unités (111111111) envisagées dans leur diversité même. On reconnaît d'emblée le profond soulagement apporté à l'imagination par l'introduction du chiffre 9 à la place des neuf traits juxtaposés, surtout lorsqu'il s'agit de faire participer cette quantité à des opérations arithmétiques.

> Si Arithmeticus inter calculandum omnium notarum sive ciphrarum quas scribit valores unitatumque multitudinem continuo cogitaret, nunquam prolixos calculos absolveret perinde ac si totidem lapillis uti vellet. (63)

Avec de tels symboles, le calcul prend désormais la forme d'une manipulation

---

62. Charles De Koninck, *Random Reflections on Science and Calculation*, dans *Laval Théologique et Philosophique*, vol. 12 (1956), no 1, p. 93.
63. *Fundamenta Calculi Ratiocinatoris*, Erd. 92.

(dans l'imagination, assistée du sens de la vue qui considère au besoin les symboles écrits sur le papier) de symboles exécutable mécaniquement, selon des règles très déterminées, sans avoir à penser et à évoquer dans l'imagination de façon actuelle la signification concrète des symboles. Dans le déroulement d'un calcul, 9 n'est qu'un symbole qui, par exemple, mis en rapport avec le symbole 3 dans le cadre d'une opération de multiplication, donne comme résultat - on le sait grâce à des tables préalablement constituées - le symbole 27.

> To define a symbol ... is simply to interpret the symbol by explaining how it is to be taken, not by stating what the thing is to which it refers. (64)

Aucune interprétation des symboles quant à leur contenu quantitatif réel n'intervient en cours de route. Ce n'est qu'une fois le calcul effectué que le symbole pourra être interprété en termes de contenu; et bien sûr aussi au début, en sens inverse, lors de l'introduction des données. Aussi peut-on qualifier le procédé d'aveugle, en un certain sens. Mais quelle efficacité, quel soulagement pour l'imagination dans cette *cécité* momentanée occasionnée par le recours aux symboles. Grâce à ces merveilleux instruments formés par l'imagination non pas sans doute, comme les mots, pour les fins de l'intelligence, mais pour les fins de l'imagination elle-même, l'homme a pu, avec une facilité inégalée, *connaître* certaines choses, c'est-à-dire déterminer médiatement leur *combien*, leur nombre: La rigueur toute mécanique du procédé, lorsqu'on opère ainsi sur des symboles combinables eux-mêmes selon des règles très strictes, est la plus grande, et aussi la plus proportionnée, la plus accessible à l'homme qu'on puisse souhaiter, puisque l'opération se situe au niveau de l'imagination et ne nécessite pas l'effort de penser.

Bien sûr, les opérations du calcul arithmétique ne comportent d'inté-

---

64. De Koninck, p. 90.

rêt que pour la vie pratique; elles poursuivent des fins plutôt étrangères à l'intelligence spéculative comme telle. Il y s'agit de compter, de calculer (additionner, soustraire, etc.) et non de connaître la nature des choses. Aussi, à ne considérer que ce calcul arithmétique, est-on assez naturellement porté à penser que cela n'a rien à voir avec la logique et les sciences spéculatives. Pourtant, n'oublions pas que les mots grecs συλλογίζεσθαι et συλλογισμός désignaient originairement, avant d'acquérir un sens proprement logique, l'action de compter, de *mettre ensemble*. Il doit donc exister une certaine analogie, aperçue dès l'antiquité grecque, entre les actions de calculer et de raisonner. Concédons cependant que même dans l'état de développement qu'il a atteint grâce aux Arabes, le calcul arithmétique apparaît très différent des opérations de l'intelligence spéculative; n'eût été de certains développements mathématiques ultérieurs, jamais le calcul, jamais une forme de calcul n'aurait été considérée avec une quelconque vraisemblance par des hommes le moindrement sensés comme un modèle de science ou de logique, c'est-à-dire d'instrument de science.

Cependant, au XVIe siècle, soit environ un siècle après que l'usage du calcul arithmétique à l'aide des chiffres arabes se fût relativement répandu en Europe, l'invention de l'algèbre par François Viète (65) a augmenté notablement la portée et la fécondité du calcul. On sait en quoi consiste le procédé: il s'agit de remplacer les chiffres, symboles de nombres déterminés, par des lettres susceptibles de représenter n'importe quel nombre; on conserve cependant des chiffres pour signifier coefficients, puissances et diviseurs, et des symboles identiques à ceux du calcul arithmétique pour signifier les opérations.

---

65. Sur l'origine du mot *algèbre* et l'influence de sources anciennes sur Viète, cf. Jakob Klein, *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*, trad. Eva Brann, The M.I.T. Press, Cambridge Mass., 1968, pp. 4-5 et 154-185.

> (Vieta's) letter sign intends *directly the general character of being a number* which belongs to every possible number, that is to say, it intends *number in general* immediately, but the things or units which are at hand in each number only mediately. (66)

Aussi Leibniz a-t-il défini l'algèbre: *Mathematica Numerorum incertorum* (67); il a lui-même bien vu que *les idées dont (l'algèbre) se sert ... ne signifient que des nombres en général* (68). En raison de leur indétermination, les principaux symboles utilisés en algèbre, à savoir les lettres, prennent en tant même que symboles, c'est-à-dire peu importe leur contenu quantitatif réel déterminé, une importance encore accrue.

> The interpretation of symbols must remain quite extrinsic to the actual operation upon them, we must prescind from symbols as signs, divorcing them altogether from the order of representation. (69)

L'usage de lettres nous situe alors à un niveau d'abstraction, de formalisation, mais aussi bien sûr d'indétermination plus élevé.

> Je puis écrire tout nombre, toute grandeur, au moyen d'une lettre, pourvu qu'il soit admis tout simplement que sa valeur concrète ne m'intéresse pas pour le moment et c'est justement ce qui fait la *généralité* de l'algèbre. (70)

Encore n'y a-t-il abstraction que par rapport à des interprétations éventuelles possibles des symboles. En un autre sens, ces symboles sont quelque cho-

---

66. Klein, p. 174.
67. Phil., VII, 59.
68. *Nouv. Ess.*, IV, 17, #13. Erd. 399.
69. De Koninck, p. 106.
70. Egmont Colerus, *De la table de multiplication à l'intégrale*, Bibliothèque de Philosophie scientifique, Flammarion, Paris, 1952, p. 82.

se de très concret. Ils acquièrent même le statut d'*objets sensibles*:

> The *general number* intended by the letter sign (is transformed) *into the object of a ... being* which is directly apprehensible... But this means that the *being* of the objects of *general analytic*, is to be understood ... as *symbolic*. *The species are in themselves symbolic formations - merely formations whose merely potential objectivity is understood as an actual objectivity*. They are, therefore, comprehensible only within the language of symbolic formation. (71)

C'est justement en raison de cette concrétion, de cette matérialité que des machines peuvent en user pour calculer.

> When the arbitrary marks are called *abstract symbols*, the abstraction implied must not be referred to what is and goes on in a mechanical computer, but to the knower who may interpret them. The meaningless symbols are the very opposite of abstraction; they are *out there* in the same way in which the stuff that the marks are made of is there in the machine. Otherwise, machines could not be made to calculate. (72)

Comme le passager du train qui s'engage dans un tunnel perd momentanément de vue le paysage, mais parvient ainsi plus rapidement, plus efficacement à destination, de même l'algébriste abandonne transitoirement la considération des nombres issus des choses réelles et même des chiffres pour emprunter la voie plus obscure de l'indétermination, dans l'espoir de parvenir plus efficacement à la solution de problèmes et de déterminer enfin les nombres cherchés.

> **L'algèbre ressemble à un tunnel; vous passez sous la montagne, sans vous occuper des villages et des chemins tournants; vous**

---

71. Klein, p. 175. C'est l'auteur qui souligne.
72. De Koninck, p. 106.

> **êtes de l'autre côté et vous n'avez rien vu. (73)**

Bien sûr, remplacer les chiffres par des lettres ne mènerait à rien si on faisait cela avec des chiffres isolés, considérés en eux-mêmes. Il faut que les lettres entrent en combinaison, il faut que l'on connaisse d'avance certaines relations, certains rapports entre deux ou plusieurs quantités, quoique sans connaître déterminément certaines de ces quantités. Et puisque l'on manipule des symboles sans contenu numérique déterminé, on ne peut, tant que l'indétermination n'est pas levée, effectuer réellement, de façon actuelle et achevée les opérations arithmétiques.

> Nous ne pouvons pas (avec les lettres) ... additionner, soustraire, multiplier et diviser de la même manière qu'on le fait dans le calcul avec des chiffres, puisque l'algorithme de ces opérations est en dépendance directe du principe de position significative. (74)

Que faire alors? Les inconnues, variables ou constantes, entrent dans un système où existe une relation d'égalité ou d'inégalité entre des quantités, certaines connues, d'autres inconnues. Cette relation d'égalité s'exprime, on le sait, en une formule algébrique composée de deux parties séparées par le signe = (égale). Au moins une des parties de la formule est composée de l'inconnue placée à côté d'autres quantités, déterminées ou non, séparées par un ou plusieurs signes d'opération arithmétique, comme si on s'apprêtait à effectuer véritablement ces opérations. Mais comme on ne peut les effectuer en l'absence de chiffres déterminés, on reste avec les lettres, qu'on dispose d'une autre façon dans un complexe d'opérations sensiblement différent, mais qui doit demeurer tout à fait équivalent à la disposition précédente.

---

73. Alain, *Propos*, La Pléiade, nrf Gallimard, Paris, 1956, t. I, p. 736.
74. Colerus, p. 84.

> Calculus vel operatio consistit in relationum productione, facta per transmutationem formularum secundum leges quasdam praescriptas factis. (75)

On procède, en d'autres termes, à des substitutions. Par exemple, à la disposition $ax - ay - 1 = 0$, on substitue celle-ci: $a(x-y) - 1 = 0$. Cet exemple présente des inconnues associées dans deux opérations; une multiplication et une soustraction. On peut vérifier avec n'importe quels nombres mis à la place de ces lettres que la différence entre les produits de a par x et de a par y serait identique au produit de a par la différence entre x et y. Ainsi l'opération $(1 \times 3) - (1 \times 2) - 1$ donne le même résultat que $1 \times (3-2) - 1$. En vérifiant dans le cas de tous les complexes d'opérations arithmétiques imaginables quelles sont les substitutions permises, c'est-à-dire les réarrangements des termes et des opérations assurés de procurer dans tous les cas des résultats identiques, on obtient les règles de l'algèbre. Ces règles et leurs applications s'expriment par des formules (ou équations) constituées avec des lettres, mais leur fondement *réel* réside dans des équivalences légitimes entre diverses combinaisons d'opérations effectuées sur des nombres déterminés. L'algèbre consiste ainsi en une universalisation et une exploitation systématique de telles équivalences et relations. On peut donc voir l'algèbre comme une application des propriétés universelles des opérations arithmétiques, ou plutôt comme une exploitation de la possibilité de disposer diversement leurs combinaisons. Cela peut bien sûr conduire à des transformations bien plus complexes que le suggère l'exemple proposé ci-dessus. Ainsi, de $\frac{3a^2b}{5c} + \frac{3df^2}{7bh} - \frac{19abcd^2}{3h^2m}$, on peut tirer $\frac{42a^2b^2h^3m + 45cdf^2hm - 665ab^2c^2d^2}{105bch^2m}$.

On conçoit aisément que plusieurs des caractéristiques du mode de pensée

75. *Fundamenta Calculi Ratiocinatoris*, Erd. 93.

propre au calcul vont se retrouver dans ce prolongement qu'en est l'algèbre. On y trouvera bien sûr la même rigueur mécanique que dans le calcul arithmétique, en raison cette fois de la détermination très stricte de l'ensemble de règles régissant les transformations de l'agencement des termes (lettres, symboles d'opérations et chiffres). En opérant ces transformations dans l'imagination (soutenue par une représentation graphique extérieure), on n'a pas, ici non plus, besoin de penser au contenu matériel des symboles qu'on manipule.

> L'algèbre: c'est l'ensemble des procédés qui permettent de résoudre les problèmes par des calculs mécaniques et automatiques, sans se préoccuper, chemin faisant, de la signification des symboles; d'où un moindre effort et un meilleur rendement. (76)

Bien plus, il n'y a pour ainsi dire rien à penser, puisque les lettres nous situent à un tel niveau d'indétermination, par rapport à un contenu numéral, et de formalisation que seules importent les règles d'équivalence qui régissent l'intersubstitution de systèmes de relations entre quantités pour la plupart encore indéterminées. On a vu que ces relations ont pour sujets des quantités indéterminées et sont signifiées par des lettres combinées entre elles dans le cadre de diverses opérations arithmétiques posées mais non actuellement effectuées. Il se dégage donc de tout cela que l'algèbre présente elle aussi ce qu'on pourrait appeler un mode de pensée par relations formelles: il n'y s'agit pas de considérer des choses, c'est-à-dire des nombres ou des lettres *absolument*; seules importent les relations quantitatives à l'intérieur d'un système d'opérations arithmétiques. Ces relations ont pour sujet des quantités qui, même une fois déterminées, ne seront jamais considérées du point de vue de leur nature absolue. On ne leur prêtera jamais d'autre unité que celle

76. Marcel Boll, *Histoire des mathématiques*, Coll. *Que sais-je?* #42, P.U.F., Paris, 1958, p. 38.

d'un symbole, c'est-à-dire une unité extrinsèque à leur nature. Elles ne seront en effet définies que par rapport à leur fonction dans des opérations.

> To define a symbol ... is simply to interpret the symbol by explaining how it is to be taken... In the operation of calculating, two is only a term with a function similar to that which it fills in an equation like 2+x = 5... The only unity 2 possesses in such an equation is the unity of a symbol. (77)

L'algèbre peut donc facilement donner l'impression que le nombre consiste en de pures relations.

> La signification de chaque lettre ou la notion qu'elle représente est définie par les notions d'égalité, de supériorité ou d'infériorité par rapport à d'autres. La lettre isolée n'a aucune valeur, ne signifie rien; plus précisément: elle signifie la position de pure obligation dans laquelle nous la mettons d'acquérir une valeur déterminée, une signification précise, en entrant avec d'autres lettres dans un système de relations, qui leur confère à elles aussi une valeur déterminée. Dans l'équation, les nombres se déterminent, c'est-à-dire se définissent mutuellement. L'équation est un système, un petit univers à l'intérieur duquel chaque chose – chaque signe littéral – est déterminé par les autres. (78)

A considérer les choses d'un autre angle, on peut aussi voir dans l'algèbre un mode de pensée opératif. En effet, la *définition* d'un nombre, qui revient en algèbre à la détermination d'une inconnue, ne se découvre qu'en l'opération qui le fait naître. Par exemple, avec $x = 5+1$, le nombre 6 se trouve *défini* par l'opération d'addition de 5 et de 1. De plus, les substitutions et transmutations des formules permettent une véritable *production* de relations nouvelles.

77. De Koninck, p. 90.
78. José Ortega y Gasset, *L'évolution de la théorie déductive – L'idée de principe chez Leibniz*, trad. de l'espagnol par Jean-Paul Borel, nrf Gallimard, Paris, 1970, pp. 41-42.

> Calculus ... consistit in relationum productione, facta per transmutationes formularum. (79)

Enfin, et cela va s'avérer très important pour la compréhension de la logique de Leibniz, le mode de procéder de l'algèbre présente des analogies assez remarquables, plus grandes en tous les cas que celui du calcul arithmétique, avec le mode de l'intelligence dans les sciences spéculatives. N'y a-t-il pas, dans les deux cas, passage du connu à l'inconnu? On ne saurait cependant laisser sous silence une importante différence: dans l'algèbre, on ne fait qu'expliciter ce qui pour l'intelligence était déjà contenu en acte, quoique de façon non explicite et en puissance seulement quant à l'imagination, dans le point de départ, tandis que dans le raisonnement la conclusion doit constituer pour l'intelligence une connaissance vraiment nouvelle, qui n'était que virtuellement contenue dans les prémisses. Mais d'autres analogies se découvrent dans l'algèbre avec les actes de l'intelligence et les oeuvres de raison correspondantes. Ainsi, lorsque, par une suite de transformations dans l'arrangement des symboles, on isole une inconnue d'un seul côté d'une équation, ne peut-on pas dire qu'on la *définit* par la relation d'égalité qu'elle entretient avec la combinaison de termes et d'opérations disposés de l'autre côté de l'équation? Chaque lettre dans une équation apparaît donc comme un terme susceptible de définition. Bien plus, chaque équation fera penser à une proposition. On parlera même de déduction et comme d'une sorte de raisonnement. Ainsi, dans un système d'équations à deux inconnues, je peux déduire la valeur de y de la façon suivante:

$x+y = 5$	(première équation)
$y-x = 1$	(deuxième équation)
$x = 5-y$	(en isolant x dans la première équation)

79. *Fundamenta Calculi Ratiocinatoris*, Erd. 93.

$$y - (5-y) = 1 \quad \text{(en substituant à } x \text{ sa } définition \text{ dans la seconde équation)}$$
$$2y = 1-5$$
$$y = 3$$

Dans des cas plus complexes, il peut se constituer dans l'imagination de véritables chaînes de substitutions de la définition au défini, qui ne seront pas sans présenter certaines analogies avec les démonstrations véritables, où une définition doit servir de moyen terme.

> Patet igitur, formulas (sub quibus, tanquam simplicissimos, licet comprehendere ipsos characteres), relationes et operationes se habere ut notiones, enuntiationes et syllogismos. (80)

Avouons cependant qu'il est difficile de voir là plus qu'une analogie, d'autant plus que l'algèbre paraît limitée à des relations numériques, alors que la raison vise par ses raisonnements et ses appréhensions à connaître la nature de toutes choses.

C. Un nouveau modèle de science démonstrative.

Il faudra encore d'autres développements du calcul algébrique, notamment à travers ses applications à la géométrie, pour rendre l'assimilation du raisonnement au calcul un tant soit peu vraisemblable. C'est en partie à cause de ces développements que le caractère apparemment démonstratif du calcul algébrique a pu si vivement impressionner Leibniz, au point de rendre son esprit beaucoup plus sensible aux ressemblances qu'aux différences qui ressortent d'une comparaison du raisonnement avec le calcul de type algébrique.

80. *Fundamenta Calc. Ratioc.*, Erd. 93.

Il convient donc maintenant de considérer la conception nouvelle que Leibniz s'est faite de la géométrie, suite aux développements récents qu'avaient fait subir aux mathématiques les grands mathématiciens du XVIe et surtout du XVIIe siècle. L'importance de cette considération s'avère d'autant plus grande pour notre propos que la géométrie a toujours été perçue, et ce dès l'antiquité grecque, comme le modèle de la connaissance proprement scientifique. Si donc la logique est l'outil de la science, la conception qu'on se fait de cet outil ne peut éviter de dépendre de la conception qu'on se fait du résultat visé: la connaissance scientifique.

> La logique traditionnelle a paru inattaquable aussi longtemps qu'elle pouvait se retourner vers les pratiques de la géométrie synthétique de l'Antiquité pour y trouver la confirmation et l'incarnation immédiate de ses principes; la réforme du statut de la géométrie laisse le champ libre à une nouvelle logique des multiplicités qui déborde les limites de la syllogistique. (81)

Descartes et Fermat, et avant eux Viète, en établissant les principes desquels allaient surgir la géométrie analytique, ont préparé le terrain aux idées de Leibniz sur la géométrie. Viète, en concevant une algèbre pure, c'est-à-dire entendue comme un art analytique compréhensif au point de s'appliquer indifféremment aux nombres et aux grandeurs géométriques, allait préparer la voie à des transformations profondes de la géométrie, nonobstant le fait que lui-même demeurait fidèle à la conception traditionnelle de la géométrie.

> Vieta devotes the *logistice speciosa* to the service of *pure* algebra, understood as the most comprehensive possible *analytic* art, indifferently applicable to numbers and to geometric magnitudes. (82)

81. Ernst Cassirer, *Substance et Fonction*, trad. Pierre Caussat, Les Éditions de Minuit, Paris, 1977, p. 91.
82. Klein, p. 165.

> Vieta sees the most important part of analytic in *rhetic* or *exegetic* in which the numerical computations and the geometric construction indeed represent two different possibilities of application (so that the traditionnal conception of geometry as such is here preserved). (83)

Chez Viète déjà, en dépit de ce que les lettres (*species*) deviennent les objets d'une mathématique *générale* avec application autant en géométrie qu'en arithmétique, l'algèbre s'apparente cependant surtout au calcul numérique et tire ses fondements de relations entre des nombres.

> The direct connection (of the *logistice speciosa*) with the *logistice numerosa*, i.e. with *calculation* ... is nevertheless retained by Vieta; in its original sense the *logistice numerosa* presupposed a homogeneous field of monads and was consequently dependent on *arithmoi* and their relations... *The canonical rules of species calculation* (laid down by Vieta) ... correspond to the rules for addition, subtraction, and multiplication used for instruction in ordinary calculation. (84)

On peut donc parler d'une certaine algébrisation de la géométrie lorsqu'on l'aborde en tant qu'application de l'algèbre générale. Mais cette algébrisation et, antérieurement, l'existence même d'une algèbre générale n'impliquent-elles pas une sorte de *dépassement* de la traditionnelle irréductibilité entre quantité discrète et quantité continue? Une telle unification des mathématiques serait-elle donc possible?

Comparons tout d'abord avec un cas célèbre dans l'histoire des mathématiques, du passage (au moins apparent) d'un type de quantité à l'autre. On sait qu'Euclide, dans la partie arithmétique de ses *Eléments* (85), utilise des lignes, des segments de droite pour illustrer certaines propriétés des

83. Klein, p. 206.
84. *Ibid.*, p. 172. C'est l'auteur qui souligne.
85. Cf. Livres VII à IX.

nombres. Il se sert donc alors de la quantité continue pour manifester la quantité discrète. Cela se fait cependant bien sûr sans transgression des genres (86): toujours Euclide part de principes arithmétiques en arithmétique et de principes géométriques en géométrie. S'il s'appuie sur des lignes, c'est que la quantité continue, bien que plus complexe, est plus certaine, plus connue et constitue le premier fondement de notre connaissance de la quantité. Il ne considère d'ailleurs ces segments de droite en arithmétique qu'en faisant abstraction de ce qui constitue la quantité continue en tant que continue: la situation et la divisibilité à l'infini.

Il semblera étrange, cependant, si la quantité continue est plus connue et plus certaine, qu'on ait tenté chez les Modernes, contrairement à Euclide, de ramener la géométrie, science de la quantité continue, sur le terrain de la quantité discrète. Il ne faudrait toutefois pas négliger le fait que la quantité discrète se prête plus facilement à une connaissance précise et distincte et possède davantage d'intelligibilité. De plus, ce n'est pas exactement sur le terrain de la science arithmétique issue des Grecs que les Modernes ont tâché de ramener la géométrie, mais sur celui du calcul.

Pourtant, peut-on vraiment parler de calcul avec les quantités continues de la géométrie? Certes pas directement, à considérer ces quantités en tant même que continues. Mais en faisant momentanément abstraction de la situation et de la divisibilité à l'infini, on peut, face à une construction géométrique donnée, prendre la longueur d'une ligne sur cette construction comme étalon de mesure des autres lignes et découvrir ainsi des rapports numériques entre diverses parties de la construction. On pourra alors exprimer sous forme symbolique ces relations numériques, profitant ainsi du grand soulagement offert à l'imagination par le recours aux symboles algébriques. On pourra découvrir

86. Sur cette notion, cf. Aristote, *Seconds Analytiques*, I, 10.

de nouvelles relations de ce genre par manipulation de formules, à partir des relations déjà connues. On restera tributaire, bien sûr, des constructions géométriques dans l'établissement d'une équation initiale et dans l'interprétation à donner ultimement au résultat du calcul algébrique effectué. Initialement, un raisonnement se cache derrière les calculs, il les sous-tend et les dirige, de sorte qu'on pourra aboutir aux mêmes résultats, aux mêmes conclusions, du moins quant aux apparences matérielles, qu'avec les démonstrations géométriques traditionnelles. C'est qu'on pourra prendre les symboles non seulement en tant que symboles renvoyant à de simples aggrégats qui ne se prêtent qu'à des calculs, mais aussi comme les signes de noms renvoyant à des concepts, à de véritables touts universels qui se prêtent, eux, au raisonnement. La présence d'une véritable résolution dans les principes propres de la géométrie peut parfois cependant devenir moins évidente, plus cachée, au point qu'il soit difficile d'évaluer si elle a lieu ou non. Quoi qu'il en soit, l'efficacité pratique et la facilité plus grande occasionnée par l'usage de l'algèbre en géométrie suscite beaucoup d'enthousiasme.

> Viète realized the facility to be gained in the handling of geometric problems by their reduction to the solution of algebraic equations, a procedure which he therefore followed whenever possible. Viete's equations betrayed their origin in geometry, in that he was always careful to have them homogeneous, but his work was nevertheless, in a sense, an inversion of the Greek view, in accordance with which algebraic equations were reduced to geometric constructions for purposes of solution. (87)

> La spécieuse en général, c'est-à-dire l'art des caractères, est un secours merveilleux parce qu'elle décharge l'imagination... Viète y a donné plus d'étendue, en exprimant non seulement ce qui est demandé, mais encore les nombres donnés, par des caractères généraux, faisant en calculant ce qu'Euclide faisait déjà en raisonnant. (88)

87. C.B. Boyer, *The History of Calculus*, Dover; New York, 1959, p. 154.
88. *Nouv. Ess.*, IV, 17, #9. Erd. 400.

Fermat et Descartes ont poussé plus loin dans la voie de l'algébrisation de la géométrie en exploitant davantage les analogies entre quantités continues et quantités discrètes au niveau des relations qu'on y peut forder; ils ont imaginé de nouvelles relations exprimables numériquement sur des constructions géométriques. Désormais une équation est, chaque fois que possible, associée à une ligne, appelée *courbe*. Cette équation permet de rattacher une relation numérique à des objets géométriques et ainsi de les caractériser. Par ses découvertes, *Descartes a étendu l'application de ce calcul à la Géométrie, en marquant les lignes par les Equations* (89).

> The work of Fermat and Descartes went much further than did either the algebraic solution of geometric problems by Viete, or the graphical representation of variables by Oresme, for it associated with each curve an equation in which are implied all the properties of the curve. This recognition, which Fermat expressed in calling the equation the *specific property* of the curve, constitutes the basic discovery of analytic geometry. (90)

Ce qui pour Viète constituait un aboutissement, le résultat d'une application à la géométrie d'un art algébrique tout de même distinct de cette dernière, devient pour Descartes un point de départ dans sa façon d'envisager les figures géométriques: ce ne sera qu'une fois celles-ci exprimées symboliquement que l'être de ces figures, ou plutôt des courbes qui les constituent (chaque figure étant conçue comme une structure), se trouve vraiment caractérisé:

> Both (Vieta and Descartes) have in mind a *universal* science: Descartes' *mathesis universalis* corresponds completely to Vieta's *zetetic*, by means of which is realized, with the aid of *logistice speciosa*, the *new* and *pure* algebra, interpreted

89. *Nouv. Ess.*, IV, 17, #9. Erd. 400.
90. Boyer, p. 154.

> as a general *analytic art*. But whereas Vieta sees the most important part of analytic in *rhetic* or *exegetic*, in which the numerical computations and the geometric constructions indeed represent two different possibilities of application (so that the traditionnal conception of geometry as such is here preserved), Descartes *begins* by understanding geometric *figures* as structures whose *being* is determined *solely* by their *symbolic* character. The truth is that Descartes does not, as is often thoughlessly said, identify *arithmetic* and *geometry* – rather he identifies *algebra* understood as symbolic logistic with geometry *interpreted by him for the first time as a symbolic science*. (91)

Leibniz, bien sûr, approuve le principe de toutes ces nouveautés et est enthousiasmé par l'introduction du calcul en géométrie; mais il croit pouvoir aller plus loin que ses prédécesseurs. Il prétend avoir trouvé *quelques éléments d'une nouvelle caractéristique* (92), *tout à fait différente de l'Algèbre et qui aura des grands avantages pour représenter à l'esprit exactement et au naturel, quoique sans figure, tout ce qui dépend de l'imagination* (93). Cette caractéristique servirait à *marque(r) les situations comme l'Arithmétique marque les grandeurs* (94). Il considère en effet que *dans la Géométrie quand elle passe les Eléments ... l'imagination s'y perdrait dans la multitude des figures*, si une caractéristique propre à la géométrie, ou, à défaut de mieux, l'algèbre, *ne venait à son secours* (95). Il souhaite donc que *la synthèse des Géomètres* soit *changée en Analyse* (96). Il a lui-même rédigé un essai d'une Analyse qu'il décrit en ces termes:

> Je crois qu'il nous faut encore une autre analyse proprement

---

91. Klein, p. 206. C'est l'auteur qui souligne.
92. C'est-à-dire un art des *caractères*, des symboles écrits.
93. *Lettre à Haak*, Phil., VII, 20. Cité par CL, p. 389.
94. *Projet d'un art d'inventer*, Phil., VI, 12 e 12 v.
95. *Lettre à Haak*, Phil., VII, 20.
96. *Projet d'un art d'inventer*, Phil., VI, 12e 12 v.

> géométrique linéaire, qui nous exprime directement *situm*, comme l'Algèbre exprime *magnitudinem*. Et je crois d'en avoir le moyen, et qu'on pourrait représenter des figures et même des machines et mouvements en caractères, comme l'Algèbre représente les nombres ou grandeurs. (97)

Autre nouveauté, Leibniz juge démontrables certains axiomes et reproche aux géomètres qui l'ont précédé d'en avoir négligé la démonstration.

> Le défaut le plus général, et dont Euclide même n'est pas exempt, c'est qu'on suppose des axiomes qu'on pourrait démontrer. (98)

Ces textes manifestent, surtout pour qui connaît un peu la géométrie d'Euclide, qu'avec Leibniz - qui n'est cependant pas le seul ou le premier dans cette voie - la géométrie a changé à la fois de principes, d'objet et de mode. De principes, dans la mesure où Leibniz demande que des axiomes d'Euclide soient démontrés, ce qui suppose qu'il devra le faire à partir d'autres principes que ceux posés par Euclide ou du moins qu'il devra éliminer comme principes certains d'entre eux. D'objet, dans la mesure où, apparentée à l'algèbre, la géométrie risque dorénavant d'être de plus en plus conçue comme une science de relations entre lignes et de structures exprimables numériquement, plutôt qu'une science des figures et de leurs propriétés. D'autant plus qu'en raison d'idées nouvelles sur la nature du continu et de l'infini, les entités géométriques tendent à perdre leurs natures distinctes (99). De mode, dans la mesure où Leibniz propose que l'on soit dispensé du recours

---

97. *Lettre à Huygens*, dans *Mathematische Schriften*, Hrsg von C.I. Gerhardt, Olms, Hildesheim, 1962 (Réimpression en fac-simile de l'éd. de 1849, II, 18-19. Nous indiquerons désormais par l'abréviation Math. les références à cet ouvrage. Cité par CL, p. 389.
98. *Projet d'un art d'inventer*, Phil., VI, 12 e 12 v.
99. Cf. *Lettre à Bayle*, 1687, Erd. 105. *Tous les théorèmes géométriques qui se vérifient de l'ellipse en général pourront être appliqués à la parabole, en considérant celle-ci comme une ellipse, dont un des foyers est infiniment éloigné ou (pour éviter cette expression) comme une figure, qui diffère de quelque ellipse moins que d'aucune différence donnée.*

aux figures et que ce soient plutôt des symboles qui viennent au secours de l'imagination, de sorte qu'on fasse de la géométrie plutôt en opérant une sorte de calcul sur ces symboles appropriés qu'en raisonnant à la façon traditionnelle, bref *faisant en calculant ce qu'Euclide faisait déjà en raisonnant* (100). Cela n'exclut cependant pas que la façon dont on mène les calculs trouve quelque guide dans un certain raisonnement. Ainsi, la géométrie, en cette version moderne proposée par Leibniz, vise, quoiqu'elle apparaisse matériellement encore assez semblable à la géométrie euclidienne, à une rigueur du type de celle des calculs algébriques; elle prétend à une rigueur nouvelle, d'une nature telle que la géométrie traditionnelle, avec ses principes, son mode et son objet, ne pouvait se la proposer (101).

> A new way of *understanding*, inaccessible to ancient *episteme*, is thus opened up. (102)

La logique ne pourra sortir inaffectée de ces transformations. La nouvelle conception de la géométrie présente un nouvel idéal de connaissance scientifique. Or à fin nouvelle, instrument nouveau: *la réforme du statut de la géométrie laisse le champ libre à une nouvelle logique* (103).

D. Une nouvelle conception de l'unité des sciences.

Ce n'est cependant pas seulement de cette façon que la découverte de

---

100. *Nouv. Ess.*, IV, 17, #9. Erd. 400.
101. Au sujet de cette sorte de rigueur recherchée dans les mathématiques et la logique depuis Leibniz, en comparaison à celle qu'on visait chez les Anciens, on peut consulter avec profit l'article de Charles De Koninck, *Random Reflexions on Science and Calculation*, pp. 102-111 tout spécialement.
102. Klein, p. 175.
103. Cassirer, *Substance et Fonction*, p. 91.

l'algèbre et la transformation de la géométrie va occasionner une transformation de la logique. C'est aussi en raison de ce que l'introduction de l'algèbre en géométrie a contribué à donner l'impression qu'on pouvait désormais dépasser la traditionnelle *intransgressibilité* des genres dans les sciences. Ne venait-on pas, du moins c'est ce que certains croyaient, de montrer enfin la véritable unité des mathématiques, d'anéantir l'ancienne opposition entre quantité discrète et quantité continue? N'avait-on pas ramené arithmétique (c'est-à-dire calculs algébriques) et géométrie à des principes communs, à une méthode commune?

> The contrast between discrete and continuous magnitudes ... was, in fact, vanishing with the spread of analytic methods in geometry. (104)

> Les notions élémentaires de la géométrie et les conceptions rudimentaires de l'algèbre, qui jusqu'alors avaient dû sembler tout à fait indépendantes les unes des autres, et même radicalement hétérogènes, malgré quelques relations spéciales, contractent, dès ce moment, une alliance intime et indissoluble, première base de leur commune extension, et qui tend de plus en plus à faire concevoir l'ensemble, autrement incohérent, des spéculations mathématiques comme susceptible d'une véritable unité. (105)

En quoi cela a-t-il exercé une influence sur la logique? C'est que celle-ci était traditionnellement considérée comme une science possédant son mode propre de procéder. Or si la simple présence d'analogies entre les sujets de deux disciplines traditionnellement perçues comme distinctes suffit à en justifier l'unification (106), n'était-il pas tout naturel de penser que

---

104. Boyer, p. 151.
105. Auguste Comte, *Traité élémentaire de géométrie analytique*, dans *La géométrie Analytique d'Auguste Comte*, Louis Bahl, Paris, 1894, p. 8.
106. Cf. Duane Berquist, *Impediments to Traditional Logic*, dans *Laval Théologique et Philosophique*, Québec, XXIV (1968), 2, pp. 178-179.

la logique pourrait aussi participer à ce mouvement d'unification amorcé dans les mathématiques?

> Déjà, la Géométrie analytique *con-fond* le nombre et l'étendue. La nouvelle étape ne sera donc, semble-t-il, qu'une généralisation de cette *con-fusion*. (107)

N'y a-t-il pas en effet des analogies nombreuses entre la logique traditionnelle et les Mathématiques? Les deux considèrent des relations, des rapports (108). Même qu'Aristote utilise des lettres pour manifester les relations entre les termes des syllogismes; on peut bien y voir une ressemblance avec les symboles maniés par l'imagination dans l'algèbre (109).

> Si ces lettres signifiaient des points (comme cela se pratique effectivement chez les Géomètres) on y pourrait former un certain calcul ou sorte d'opération, qui serait entièrement différent de l'Algèbre, et ne laisserait pas d'avoir les mêmes avantages qu'elle a... *Lorsque ces lettres signifient des termes ou notions, (comme chez Aristote,) cela donne cette partie de la logique qui traite des figures et des modes.* (110)

Et si vraiment on est persuadé que la géométrie a progressé et a retiré une rigueur d'un type supérieur du changement de méthode occasionné par son algébrisation, on peut être amené à penser, surtout si on est déjà préalablement hanté par le rêve de la mathématisation universelle du savoir, que l'avenir de la logique consiste à l'engager elle aussi sur la voie de la symbolisation, de façon à fournir éventuellement aux autres disciplines les instruments qui leur assurent cette rigueur mécanique parfaite désormais

---

107. Ortega y Gasset, p. 184.
108. Cf. Berquist, p. 187.
109. Cf. *Ibid.*, p. 195.
110. *De l'horizon de la doctrine humaine*, Phil., VIII, 94v. Cité par Couturat, CL, p. 531. C'est nous qui soulignons.

visée par la géométrie. Au XVIIe siècle, une telle extrapolation exigeait certes beaucoup d'audace, mais grâce à son tempérament et à ses habitudes intellectuelles, Leibniz en était tout à fait capable. Même dans des problèmes mathématiques particuliers, la tendance naturelle de son esprit se révèle:

> Il entrevoit des moyens d'aborder les questions; il essaye ces moyens sur des exemples simples et, ayant réussi, il s'abandonne à son imagination et conclut à la certitude d'un succès perpétuel. (111)

Si de nos jours une telle façon de penser paraît à plusieurs quasi naturelle, il ne faut pas oublier quelle dose d'audace et d'imagination il a fallu à un esprit du XVIIe siècle pour proposer que toutes les sciences spéculatives, même celles dont les matières tombent le moins sous l'imagination, adoptent un nouveau mode de procéder inspiré des calculs mathématiques.

E. Une découverte confirmant la fécondité de ces conceptions nouvelles: le calcul infinitésimal.

Enfin, on ne saurait passer sous silence, dans cette discussion de l'influence des mathématiques sur la logique de Leibniz, l'invention du calcul infinitésimal. (112) Cette invention, qui a fait la gloire de Leibniz comme mathématicien, n'a pu que confirmer son auteur dans l'opinion que l'usage d'un

---

111. Maximilien Marie, *Histoire des sciences mathématiques et physiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1885, t. VI, p. 125.
112. Pour une explication de la façon dont le calcul infinitésimal se situe dans le prolongement de la géométrie analytique, cf. Ernst Cassirer, *Substance et Fonction*, pp. 94-95.

symbolisme approprié était d'un secours indispensable dans la solution des problèmes.

> Aussi Leibniz va-t-il jusqu'à dire que les progrès qu'il a fait faire aux Mathématiques viennent uniquement de ce qu'il a réussi à trouver des symboles propres à représenter les quantités et leurs relations. Et en effet, il n'est pas douteux que son invention la plus célèbre, celle du calcul infinitésimal, ne procède de sa recherche constante de symbolismes nouveaux et plus généraux, et qu'inversement elle n'ait beaucoup contribué à le confirmer dans son opinion sur l'importance capitale d'une bonne caractéristique pour les sciences déductives. (113)

De plus, elle permettait de donner une portée plus grande encore à ce mode de pensée rigoureux et mécanique qu'on retrouve dans toutes les formes de calcul.

> Le progrès des recherches infinitésimales a permis de transporter sur un nouveau terrain le principe de la correspondance entre les courbes et les équations, et d'en étendre ainsi la fécondité. (114)

Même que le symbolisme imaginé par Leibniz dans son calcul infinitésimal était si pratique, si bien conçu, qu'il est encore en usage aujourd'hui. Ce qui n'empêche pas des mathématiciens contemporains de considérer que Leibniz n'avait pas une conscience très claire des fondements, de la justification ultime de son calcul, sinon que, pratiquement, *ça marchait*.

> Furthermore, the notation of Leibniz concealed, perhaps more effectively than that of Newton, the logical basis of the calculus Leibniz had developed..., a symbolism which was remarkably felicitous when applied to the solution of problems. Because it is so convenient as to be almost automatic, this

113. CL, p. 84.
114. Léon Brunschwig, *Les étapes de la philosophie mathématique*, A. Blanchard, Paris, 1972, p. 105.

> notation has been maintained to the present day. Nevertheless, this very success operated to mislead Leibniz as to the rigourous formulation of the subject. (115)
>
> Leibniz, like Newton, failed to explain the principles of his calculus with clarity or rigor. (116)

Conclusion: la logique, une mathématique de la pensée.

Il n'est pas requis par notre propos d'examiner toutes les différentes recherches mathématiques de Leibniz, mais il importe de constater à quel point ce dernier a élargi le cadre traditionnel des Mathématiques. Il semble surtout y voir des méthodes apparentées à des calculs et dont la matière ne serait pas limitée au nombre et à la grandeur.

> La Mathématique n'a pas pour matière seulement le nombre et la grandeur, mais tout ce qui, dans le domaine de l'intuition sensible, est susceptible de détermination exacte et précise. (117)

Ce ne pouvait bien sûr être que dans le cadre de Mathématiques ainsi élargies que Leibniz pouvait prétendre faire de leur méthode la méthode de toutes les sciences...

> To extend the mathematical method to all sciences, the very idea of mathematics must be generalized. (118)

... et par conséquent faire entrer la logique elle-même.

115. Boyer, p. 220.
116. Alfred Hooper, *Makers of Mathematics*, Vintage Books, New York, 1948, p. 325.
117. CL, p. 290.
118. Jourdain, p. 517.

> Pour faire entrer en quelque sorte la Logique dans le cadre des sciences mathématiques, il a été amené à attribuer à celles-ci une portée et une extension nouvelles. (119)

Une fois les Mathématiques *élargies* suffisamment, il devient possible pour Leibniz de concevoir la logique *comme une Mathématique de la pensée, plus exactement, et suivant son expression, comme une Algèbre universelle* (120).

Force est donc de constater que l'influence des mathématiques - par quoi il faut entendre ici: ces disciplines issues de l'évolution des arts du calcul et dont le progrès fut conditionné par la découverte de symbolismes nouveaux - sur la logique de Leibniz est tout à fait déterminante. A tel point qu'il deviendra très difficile, sinon impossible, de distinguer des mathématiques cette sorte de logique qu'on a plus tard justement qualifiée de mathématique ou de symbolique. A partir de Leibniz, les mathématiques, devenues voraces, ont *avalé* la logique. Mais la logique ainsi avalée était déjà de la famille; elle avait été conçue dans leur propre sein. De sorte qu'on peut dorénavant tout aussi bien dire que *la mathématique est ... une application de la logique* (121).

Résumons, pour fixer les idées, les principales étapes de notre analyse. L'influence considérable des mathématiques sur la logique de Leibniz tient d'abord à la *mentalité mathématisante* qu'elles ont contribué à former. Cette mentalité, pour Leibniz, a trouvé son modèle dans la rigueur du calcul algébrique et de ses prolongements. Une géométrie conçue de façon nouvelle, une géométrie qui emprunte au calcul algébrique son mode de procéder viendra

---

119. CL, p. 283.
120. *Ibid.*, p. 319.
121. Brunschwig, p. 199.

constituer un nouveau modèle de science démonstrative. Ce sera l'occasion d'une nouvelle conception de l'unité ou de la division des sciences. Suite à tout cela, la logique acquerra une parenté vraiment sans précédent avec les mathématiques.